

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

MARÍLIA DE LARA TROVARELLI

**VÍDEOS ILUSTRATIVOS DO COMPORTAMENTO FÍSICO DAS PERDAS DE  
PROTENSÃO EM VIGAS**

VOTUPORANGA

2019



Marília de Lara Trovarelli

**VÍDEOS ILUSTRATIVOS DO COMPORTAMENTO FÍSICO DAS PERDAS DE  
PROTENSÃO EM VIGAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Bacharelado em Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Câmpus Votuporanga.

Professor Orientador: Prof. Me. Gustavo Cabrelli Nirschl.

Votuporanga  
2019

#### FICHA CATALOGRÁFICA

T862v Trovarelli, Marília de Lara, 1995-  
Vídeos ilustrativos do comportamento físico das perdas de protensão em vigas / Marília de Lara Trovarelli – Votuporanga, 2019.  
99 p. : il. color. ; 29,8 cm.  
Bibliografia: p. 98-99

Orientador: Gustavo Cabrelli Nirschl  
Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2019.

1. Engenharia de estruturas. 2. Concreto protendido. 3. Vigas de concreto. 4. Perdas de protensão. 5. Vídeo educativo. I. Título.

CDD – 624.183412

Elaborado por CRB 8/9875

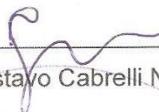
Marília de Lara Trovarelli

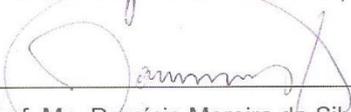
**VÍDEOS ILUSTRATIVOS DO COMPORTAMENTO FÍSICO DAS PERDAS DE  
PROTENSÃO EM VIGAS**

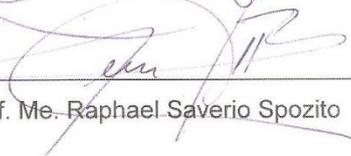
Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado como exigência parcial para  
obtenção do diploma do Curso de  
Bacharelado em Engenharia Civil do  
Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia, Câmpus Votuporanga.

Aprovado pela banca examinadora em 05 de Novembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Me. Gustavo Cabrelli Nirschl (Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Me. Domicio Moreira da Silva Júnior

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Me. Raphael Saverio Spozito



## DEDICATÓRIA

*Dedico esse trabalho aos meus pais,  
por tudo que fizeram e fazem por mim.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, por ser bom o tempo todo.

Agradeço aos meus pais, meus maiores exemplos de vida, que sempre me apoiaram contribuindo para o meu crescimento pessoal e acadêmico.

Agradeço ao meu orientador que sempre me auxiliou e me ajudou durante o desenvolvimento do trabalho.

Agradeço a todos os meus amigos que conquistei durante o curso por estarem sempre do meu lado.

Agradeço a todos os professores e servidores do IFSP Campus Votuporanga, todos contribuíram direta e indiretamente para a conclusão desse trabalho.



## EPÍGRAFE

*"Quanto mais pesado o fardo, mais próxima da terra está nossa vida, e mais ela é real e verdadeira".*

*Milan Kundera*



## RESUMO

As perdas de protensão são definidas com a diminuição, em função do tempo, da força de protensão aplicada nos cabos de aço de peças protendidas. Essas perdas podem ser classificadas em imediatas e diferidas, e dependem do sistema de protensão aplicado (pré e pós-tração). Na pré-tração, as perdas imediatas acontecem durante a execução do estiramento e ancoragem dos cabos, além da relaxação inicial da armadura e retração e deformação inicial do concreto. Já as perdas diferidas ou progressivas acontecem ao longo do tempo e são causadas por posterior retração, e fluência do concreto e relaxação dos cabos de aço. Esse mesmo comportamento é verificado na pós-tração, porém existem mais três parcelas de perdas imediatas, que são: por atrito ao longo da armadura, por deformação imediata do concreto pelo estiramento dos cabos restantes e por fluência inicial do concreto. Posto isto, este trabalho apresenta um estudo sobre o comportamento físico e matemático das perdas de protensão e a produção de vídeos ilustrativos com o auxílio dos *softwares ArchiCAD e Wondershare Filmora* para a criação de modelos de vigas pré e pós tracionadas, contendo as fases da protensão, numa abordagem física (não puramente matemática). Os vídeos foram publicados em site de internet e podem auxiliar alunos e profissionais da área a compreender melhor o fenômeno das perdas de protensão.

Palavras-chave: Concreto protendido. Perdas de protensão. Pré-tração. Pós-tração. Vídeos ilustrativos.



## ABSTRACT

Pretension losses are defined as the decrease, over time, in the pretension force applied on steel cables of prestressed parts. These losses can be classified as immediate and time-depended and depend on the system of applied pretension (pre and post tensioning). In the pre-tension, the immediate losses occur during the execution of the stretching and anchoring of the cables, besides the initial relaxation of the reinforcement and initial retraction and deformation of the concrete. Time-depended losses occur over time and are caused by subsequent shrinkage and creep of concrete and relaxation of steel cables. This behavior is verified in the post-tensioning, but there are three more immediate losses, which are: by friction along the cables, by immediate deformation of the concrete by the stretching of the remaining cables and by the initial creep of the concrete. Therefore, paper presents a study on the physical and mathematical behavior of the pretension losses and the production of illustrative videos with the aid of the *ArchiCAD* and *Wondershare Filmora* softwares for the creation of models of pre and post tensioning beams, containing the phases of the pretension, in an approach physical (not purely mathematical). The videos have been published on a website and can help students and practitioners better understand the phenomenon of prestressing losses.

Keywords: Prestressed concrete. Pretension losses. Pre-tensioning. Post-tensioning. Illustrative video.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Princípios básicos do projeto de concreto protendido.	33
Figura 2 – Cordoalhas engraxadas aplicadas na pós-tração sem aderência.	35
Figura 3 – Viga com protensão axial.	36
Figura 4 – Viga com protensão excêntrica.	37
Figura 5 – Cabo sendo tracionado no interior de uma bainha.	38
Figura 6 – Viga com protensão em curva.	38
Figura 7 – Diagrama força de protensão x tempo para peça protendida pré-tracionada.	41
Figura 8 – Ancoragem da armadura no sistema de pré-tração, por meio de cunhas deslizantes.	42
Figura 9 – Ancoragem por meio de cunha.	42
Figura 10 – Ancoragem com cunha central (Sistema Freyssinet).	43
Figura 11 – Sistemas de ancoragem com cunhas periféricas.	43
Figura 12 – Acomodação do cabo de protensão no sistema de ancoragem.	44
Figura 13 – Ilustração da relaxação do aço.	46
Figura 14 – Tensões normais na seção transversal, sob protensão excêntrica e com atuação do peso próprio.	50
Figura 15 – Área da seção.	52
Figura 16 – Esquema da viga.	53
Figura 17 – Encurtamento da peça e perda de protensão na armadura.	58
Figura 18 – Variação $\beta_{st}$ .	60
Figura 19 – Gráfico da variação $\beta_f(t)$ .	67
Figura 20 – Diagrama força de protensão x tempo para peça protendida pós-tracionada.	69
Figura 21 – Atrito nos cabos dentro da bainha.	70
Figura 22 – Perdas por atrito nos cabos.	70
Figura 23 – Forças de atrito num cabo curvo.	71
Figura 24 – Ângulos de curvatura num cabo sinuoso.	73
Figura 25 – Curvaturas em cabos retos e em cabos curvos.	74

Figura 26 – Esquema da viga.	76
Figura 27 – Armadura curva.	77
Figura 28 – Viga com protensão axial.	78
Figura 29 – Tensão ao longo do cabo antes da ancoragem (1-4-2) e após a ancoragem (3-4).	79
Figura 30 – Esquema da viga.	81
Figura 31 – Perda de tensão por atrito e por escorregamento na ancoragem.	83
Figura 32 – Seção transversal intermediária de uma peça em que serão protendidos sequencialmente 16 cabos (cotas em cm).	85
Figura 33 – Perda por escorregamento dos fios e acomodação da ancoragem na pré-tração.	88
Figura 34 – Perdas por relaxação inicial da armadura e por retração inicial do concreto.	89
Figura 35 – Perda por deformação imediata do concreto na pré-tração.	89
Figura 36 – Perda por relaxação posterior da armadura na pré-tração.	90
Figura 37 – Perda por retração e fluência posterior do concreto na pré-tração.	90
Figura 38 – Estabilização da força de protensão num tempo infinito na pré-tração.	91
Figura 39 – Atrito durante a protensão da armadura na pós-tração.	91
Figura 40 – Perda por atrito ao longo da armadura na pós-tração.	92
Figura 41 – Atrito negativo no escorregamento da armadura na pós-tração.	92
Figura 42 – Perda por escorregamento dos fios e acomodação da ancoragem na pós-tração.	93
Figura 43 – Perda por deformação imediata do concreto pelo estiramento dos cabos restantes na pós-tração.	93
Figura 44 – Efeito do encurtamento elástico dos n-1 cabos restantes na pós-tração.	94
Figura 45 – Perda por relaxação inicial da armadura e retração e fluência inicial do concreto na pós-tração.	94
Figura 46 – Perda por relaxação posterior da armadura na pós-tração.	95
Figura 47 – Perda por retração posterior no concreto na pós-tração.	95
Figura 48 – Perda por fluência posterior do concreto na pós-tração.	96
Figura 49 – Estabilização da força de protensão num tempo infinito na pós-tração.	96



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Carregamentos equivalentes para outros traçados de cabos.	40
Tabela 2 – Acomodação da cunha de acordo com a cordoalha e a força de protensão.	45
Tabela 3 – Valores de $\psi_{1000}$ , em %.	48
Tabela 4 – Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração.	60
Tabela 5 – Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.	62
Tabela 6 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo).	64
Tabela 7 – Coeficientes de atrito cabo-bainha.	71
Tabela 8 – Valores de k propostos pelo ACI (American Concrete Institute).	76
Tabela 9 – Valores de $\lambda$ e X para perfis típicos da armadura.	82



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\sigma_p$	tensão atuante no concreto devido à protensão
$P$	força de compressão na peça de concreto
$M$	momento fletor devido à excentricidade da força de protensão
$e_p$	excentricidade do cabo (distância do C.G da viga até a força ancorada)
$y$	posição na altura da seção transversal
$f_{tc}$	força transversal de curvatura
$I_z$	momento de inércia da seção transversal em torno do eixo z
$q$	carregamento equivalente de protensão
$l$	comprimento de cabo
$R$	raio dos cabos dispostos em arco
$\Delta\sigma_a$	perda de tensão no cabo devida à acomodação da ancoragem
$E_p$	módulo de elasticidade da armadura de protensão
$\varepsilon_p$	deformação específica do aço de protensão
$\Delta l$	acomodação da ancoragem
$\psi(t, t_0)$	coeficiente de relaxação do aço
$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$	perda de tensão por relaxação pura
$\sigma_{pi}$	tensão da armadura de protensão no instante de seu estiramento
$\psi_{1000}$	coeficiente de relaxação que ocorre após 1.000 horas a 20° C
$f_{ptk}$	resistência característica à tração do aço de protensão
$\Delta\sigma_{pe}$	perda por encurtamento elástico
$\alpha_p$	relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto
$\sigma_{cp}$	tensão do concreto na seção considerada ao nível do cabo
$P_a$	força ancorada
$M_{pp}$	momento devido ao peso próprio da viga
$I_h$	momento de inércia da seção homogeneizada
$A_{ch}$	área da seção homogeneizada
$b$	base da seção transversal da viga

$h$	altura da seção transversal da viga
$A_{cp}$	área de aço equivalente
$\Delta\sigma_p(t, t_0)$	variação da tensão no aço de protensão entre $t_0$ e $t$
$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$	retração no instante $t$ , descontada a retração ocorrida até o instante $t_0$
$\sigma_{c,p0g}$	tensão no concreto adjacente ao cabo resultante
$\varphi(t, t_0)$	coeficiente de fluência do concreto
$\sigma_{p0}$	tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente
$\chi(t, t_0)$	coeficiente de fluência do aço
$\rho_p$	taxa geométrica da armadura de protensão
$\Delta\sigma_{p,r}(t, t_0)$	perda por relaxação posterior da armadura
$\varepsilon_{ci}$	deformação específica da armadura de protensão no ponto $i$
$\varepsilon_{pi}$	deformação específica do concreto junto à armadura no ponto $i$
$\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0)$	perda por retração do concreto
$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$	deformação específica de retração do concreto
$\varepsilon_{cs\infty}$	valor final da retração
$\varepsilon_{1s}$	coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto
$\varepsilon_{2s}$	coeficiente dependente da espessura fictícia da peça
$\beta_s(t)$	coeficiente relativo à retração
$h_{fic}$	espessura fictícia da peça
$\gamma$	coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente U%
$u_{ar}$	parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar
$\alpha$	coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento
$T_i$	temperatura média diária do ambiente (°C)
$\Delta t_{ef, i}$	período em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente, $T_i$ , pode ser admitida constante
$\Delta\sigma_{p,c}(\infty, t_0)$	perda por fluência
$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$	deformação específica de fluência do concreto
$\varepsilon_{cc}$	deformação por fluência do concreto

$\varepsilon_{cca}$	deformação por fluência rápida irreversível do concreto
$\varepsilon_{ccf}$	deformação por fluência lenta irreversível do concreto
$\varepsilon_{ccd}$	deformação por fluência lenta reversível do concreto
$\varphi_a$	coeficiente de deformação rápida
$\varphi_f$	coeficiente de deformação lenta irreversível
$\varphi_d$	coeficiente de deformação lenta reversível
$E_{c28}$	módulo de deformação tangente inicial para j=28 dias
$\beta_f(t)$	coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto
$\varphi_{d\infty}$	coeficiente de deformação lenta reversível
$\beta_d$	coeficiente relativo à deformação lenta reversível
$f_d$	resistência de cálculo do concreto
$\varphi_{1c}$	coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente $U$
$\varphi_{2c}$	coeficiente dependente da espessura fictícia da peça
$\mu$	coeficiente de atrito cabo-bainha
$\Sigma\alpha_i$	somatório aritmético dos valores absolutos dos desvios do cabo
$k$	coeficiente de perda provocada por curvaturas não intencionais por metro linear de cabo
$\Delta\sigma_{p,anc}$	perda por escorregamento na ancoragem
$\Delta\sigma_{pe}$	perda média por encurtamento elástico na viga
$n$	número de cabos utilizados na viga



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>30</b>
1.1 OBJETIVOS	31
1.1.1 OBJETIVO GERAL	31
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	31
1.2 METODOLOGIA	31
1.3 JUSTIFICATIVA	32
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>33</b>
2.1 PROTENSÃO	33
2.2 PRÉ-TRAÇÃO	34
2.3 PÓS-TRAÇÃO	34
2.4 ESFORÇOS ORIUNDOS DA PROTENSÃO	35
2.5 PERDAS DE PROTENSÃO NA PRÉ-TRAÇÃO	40
2.5.1 PERDA POR ESCORREGAMENTO DOS FIOS E ACOMODAÇÃO DA ANCORAGEM	41
2.5.2 PERDA POR RELAXAÇÃO INICIAL DA ARMADURA	46
2.5.3 PERDA POR RETRAÇÃO INICIAL DO CONCRETO	49
2.5.4 PERDA POR DEFORMAÇÃO INICIAL DO CONCRETO	50
2.5.5 SIMULTANEIDADE DAS PERDAS	54
2.5.6 PERDA POR RELAXAÇÃO POSTERIOR DA ARMADURA	57
2.5.7 PARCELA DA PERDA POR RETRAÇÃO	57
2.5.8 PARCELA DA PERDA POR FLUÊNCIA	62
2.6 PERDAS DE PROTENSÃO NA PÓS-TRAÇÃO	69
2.6.1 PERDA POR ATRITO AO LONGO DA ARMADURA	69
2.6.2 PERDA POR ESCORREGAMENTO DOS FIOS E ACOMODAÇÃO DA ANCORAGEM	78

2.6.3 PERDA POR DEFORMAÇÃO IMEDIATA DO CONCRETO PELO ESTIRAMENTO DOS CABOS RESTANTES	83
2.6.4 PERDA POR RELAXAÇÃO INICIAL DA ARMADURA	86
2.6.5 PERDA POR RETRAÇÃO E FLUÊNCIA INICIAL DO CONCRETO	86
2.6.6 PERDA POR RELAXAÇÃO POSTERIOR DA ARMADURA	87
2.6.7 PERDA POR RETRAÇÃO E FLUÊNCIA POSTERIOR DO CONCRETO	87
<b>3 RESULTADOS</b>	<b>88</b>
<b>4 CONCLUSÃO</b>	<b>97</b>
<b>5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>98</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A protensão em peças estruturais de concreto consiste na aplicação de uma força nos cabos de aço a fim de gerar uma compressão, objetivando diminuir ou até zerar as tensões de tração aplicadas pelas ações originais. Ao longo do tempo, essa força de compressão aplicada pelos cabos sofre perdas.

Conforme Veríssimo e César Júnior (1998), essas perdas de protensão podem ser estimadas por meio de cálculos matemáticos e existem diversos fatores que contribuem para que ocorra. Os autores citam ainda que as perdas de protensão se dividem em imediatas e diferidas. As perdas imediatas ocorrem durante a operação de protensão e imediatamente após a ancoragem dos cabos, sendo causadas por: atrito ao longo da armadura e acomodação da ancoragem além da relaxação inicial da armadura e retração e fluência inicial do concreto. Já as perdas diferidas ocorrem ao longo do tempo e devido aos seguintes fatores: retração e fluência posterior do concreto, e da relaxação do aço de protensão.

A deformação imediata do concreto pelo estiramento do primeiro cabo e dos cabos restantes e o atrito ao longo da armadura são perdas imediatas verificadas apenas na pós-tração (MACHADO, 2002).

Segundo Pfeil (1980), a deformação imediata do concreto pelo estiramento do primeiro cabo e dos cabos restantes ocorre na pós-tração, pois os cabos são protendidos sucessivamente, assim, se a viga tiver  $n$  cabos, o primeiro cabo sofre o efeito do encurtamento elástico dos  $(n - 1)$  cabos restantes, enquanto que o último cabo não apresenta perda por encurtamento elástico.

Já o atrito ao longo da armadura é verificado na pós-tração, pois os cabos são revestidos com bainha e em geral apresentam trajetória poligonal ou curva, assim, durante a protensão, os cabos apresentam deslocamento em relação à viga sofrendo perdas por atrito nos pontos de contato. Na pré-tração não é utilizada bainha, logo não é verificada a presença do atrito ao longo da armadura (PFEIL, 1980).

As perdas de protensão são estimadas por meio de cálculos matemáticos já bem consagrados e fornecidos pela NBR 6118:2014. Já o comportamento físico dos materiais no processo das perdas de protensão não possui ampla abordagem nas

principais bibliografias. Sendo assim, propõe-se neste trabalho a criação de um vídeo explicativo e ilustrativo sobre esse comportamento físico.

## **1.1 OBJETIVOS**

Este trabalho possui os seguintes objetivos:

### **1.1.1 OBJETIVO GERAL**

Estudo e criação de dois vídeos ilustrativos do comportamento físico das perdas de protensão em vigas pré e pós tracionadas.

### **1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

São objetivos específicos deste trabalho:

- a) Estudo dos tipos de perdas de protensão em vigas;
- b) Estudo dos cálculos matemáticos dessas perdas;
- c) Estudo do comportamento físico das perdas de protensão em vigas pré e pós tracionadas e;
- d) Criação dos vídeos ilustrativos claros e detalhados contendo o comportamento físico das perdas de protensão em vigas pré e pós tracionadas.

## **1.2 METODOLOGIA**

O método de trabalho utilizado foi a revisão bibliográfica sobre protensão, pré e pós tracionada, incluindo as diferentes formas de realização e suas respectivas perdas de protensão. Em seguida, para a criação dos vídeos ilustrativos das perdas de protensão, foi utilizado o *Software ArchiCAD*, em que foram criados modelos de vigas pré e pós tracionadas. Esses modelos contêm as fases de protensão, que serão representadas por camadas (“layers”).

Por fim, foi utilizado o *Wondershare Filmora* para sobrepor as imagens e criar o vídeo.

O trabalho faz parte de grupo de pesquisa cadastrado no CNPq (<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/184316>). O vídeo foi disponibilizado no

YouTube com link a partir da página de internet do grupo de pesquisa (<http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>).

### **1.3 JUSTIFICATIVA**

As perdas de protensão nos sistemas de pré e pós tração podem ser calculadas conforme a NBR 6118:2014. Tais cálculos podem ser encontrados também nas principais bibliografias, porém, o comportamento físico dessas perdas é menos abordado.

Justifica-se este trabalho pela contribuição no estudo e entendimento das perdas de protensão qualitativamente, ou seja, no âmbito do que ocorre fisicamente para que ocorram as perdas. A publicação *on-line* de vídeos ilustrativos vem justamente para facilitar o acesso a discentes, docentes e profissionais da área.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

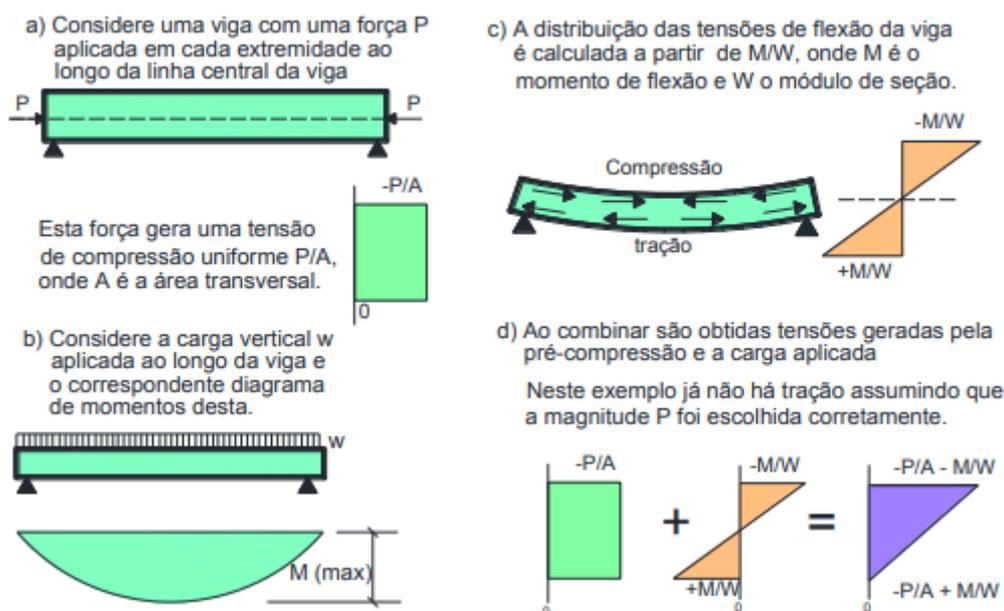
A seguir é apresentada uma revisão bibliográfica fundamentando e servindo de suporte para o conteúdo utilizado na elaboração dos vídeos ilustrativos das perdas de protensão.

### 2.1 PROTENSÃO

Segundo Veríssimo e César Júnior (1998), a protensão é introduzida pela aplicação de uma força  $P_0$  na armadura, gerando um alongamento desse elemento. Posteriormente essa armadura é cortada e essa força se torna uma compressão na peça estrutural.

Conforme Cubas (2012), em um projeto de concreto protendido, deve-se garantir que tanto a compressão, quanto a tração nas seções transversais sejam mantidas dentro dos limites especificados em norma. Para isso, é feita a verificação da distribuição de tensões das ações combinadas com o esforço de protensão. A Figura 1 exemplifica os princípios básicos do processo de protensão.

Figura 1 – Princípios básicos do projeto de concreto protendido.



Fonte: (CUBAS, 2012)

Durante a execução da protensão, existem alguns fatores que diminuem a força de protensão, tais como: acionamento dos macacos hidráulicos, liberação dos cabos e a transferência da força de protensão. Essa diminuição da força de protensão é denominada de perda de protensão e tem relação com o sistema utilizado, pré ou pós-tração (VERÍSSIMO; CÉSAR JÚNIOR, 1998).

## **2.2 PRÉ-TRAÇÃO**

Conforme, Machado (2002), o sistema de pré-tração se caracteriza pela aplicação de tensão nos cabos de aço antes da concretagem da peça. Durante o processo de protensão, utilizam-se apoios provisórios. A ligação entre a armadura de protensão e os apoios só é desfeita após um ganho de resistência suficiente do concreto, garantindo, assim, a aderência do aço com o concreto.

## **2.3 PÓS-TRAÇÃO**

No processo de pós-tração a força nos cabos de aço é aplicada após a concretagem da peça.

Segundo Machado (2002), existe a pós-tração com aderência e a pós-tração sem aderência. Na pós-tração aderente, os cabos são revestidos por bainhas estanques e colocados no interior das formas. Com isso, os cabos ficam isolados do concreto durante a concretagem. Após a concretagem, é realizada a protensão dos cabos. Ao final, é injetada nata de cimento na bainha, garantindo, assim, a aderência entre o aço e o concreto.

Já na pós-tração sem aderência não é criada aderência entre a armadura e o concreto, sendo a armadura ligada com o concreto apenas na região das ancoragens (MACHADO, 2002).

Um exemplo é a protensão de lajes utilizando cordoalhas engraxadas revestidas por uma camada plástica de PAD (polietileno de alta densidade), conforme a Figura 2.

Figura 2 – Cordoalhas engraxadas aplicadas na pós-tração sem aderência.



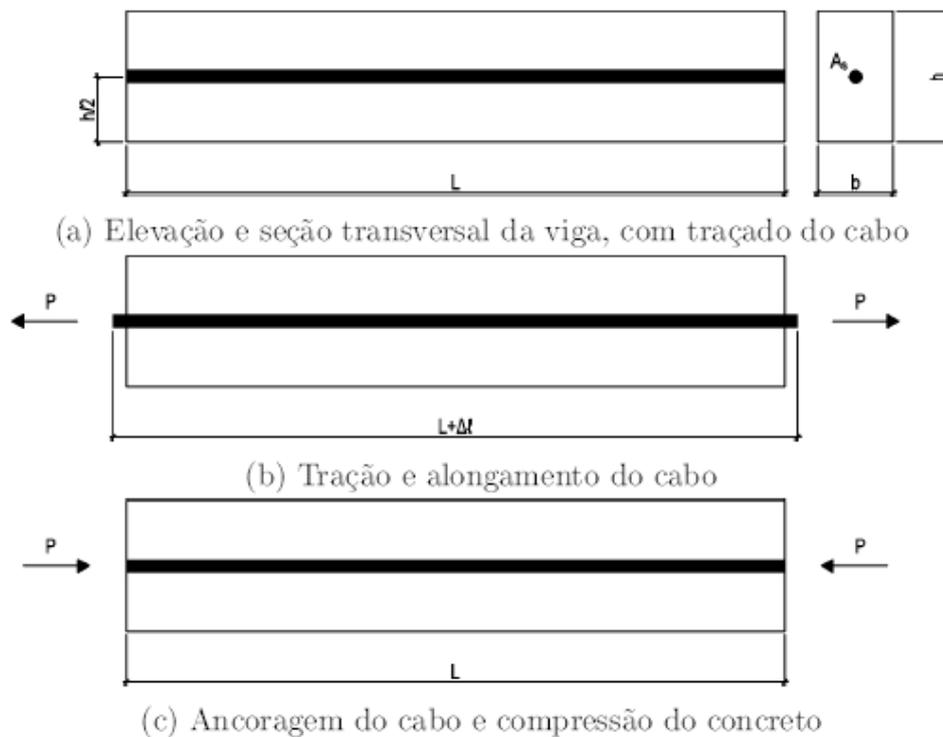
Fonte: (DURANDI, 2014)

## 2.4 ESFORÇOS ORIUNDOS DA PROTENSÃO

Nacht (2015) define a protensão como sendo um estado interno de tensões aplicado ao elemento estrutural. Para simular a protensão, esse estado de tensões pode ser representado por esforços externos, separados em: axiais e de flexão.

Nacht (2015) apresenta a viga de concreto com protensão axial, de seção retangular  $b \times h$  e comprimento  $L$  (Figura 3). No primeiro caso (Figura 3a), o cabo está posicionado em  $h/2e$ , no ato de protensão, é aplicada uma força  $P$ , tracionando o cabo. O procedimento é realizado por macacos hidráulicos que geram um alongamento  $\Delta l$  (Figura 3b). Em seguida, ocorre a ancoragem dos cabos, os macacos são retirados e o excesso de cabo é cortado (Figura 3c).

Figura 3 – Viga com protensão axial.



Fonte: (NACHT, 2015)

Segundo Nacht (2015), após tal procedimento, o cabo tende a aplicar uma mesma força concentrada  $P$  de compressão na peça de concreto para eliminar sua deformação. Sendo a carga centrada, não existe a atuação de momentos fletores e o estado de tensões atuante no concreto devido à protensão ao longo da peça é dado por:

$$\sigma_p = \frac{P}{A_c} \quad (1)$$

Em que:

$\sigma_p$ : tensão atuante no concreto devido à protensão com carga centrada;

$P$ : força de compressão na peça de concreto;

$A_c$ : área da seção transversal do concreto

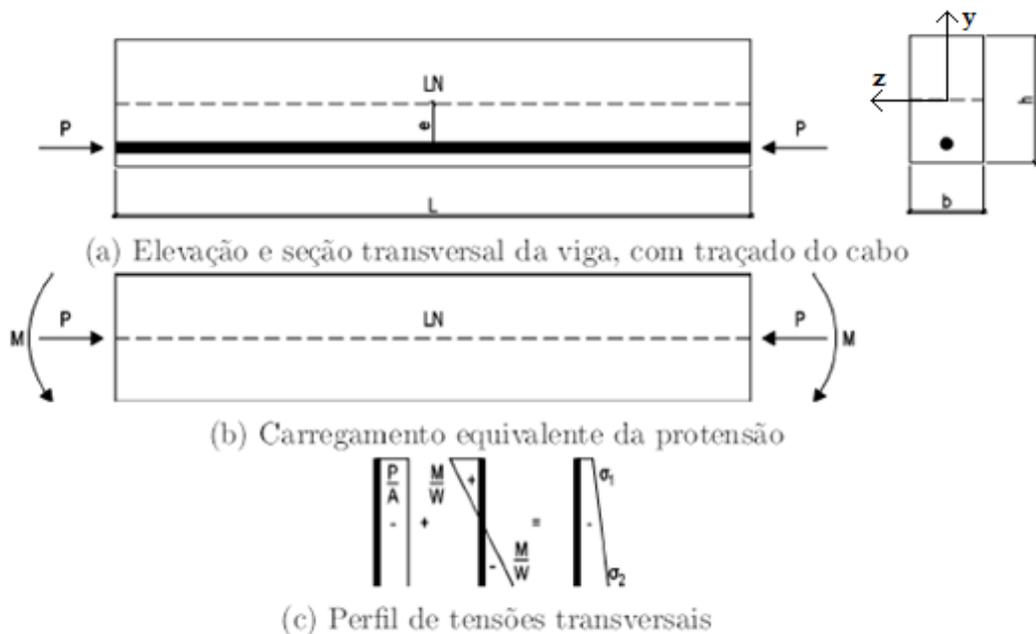
No caso do cabo reto apresentar uma excentricidade  $e$  (Figura 4), Nacht (2015) cita que, ao longo da viga, tem-se a presença de um momento fletor

constante  $M = P * e$ . O estado de tensões ainda será constante ao longo da peça de concreto, porém, na altura da viga, será variável (Figura 4c). O perfil de tensões transversais devido à protensão é dado pela superposição de efeitos, sendo:

$$\sigma_p = \frac{P}{A_c} \pm \frac{M * y}{I_z} \quad (2)$$

Em que, conforme a Figura 4,  $y$  é a posição na altura da seção transversal, com zero na linha neutra, e  $I_z$  é o momento de inércia da seção transversal em torno do eixo z.

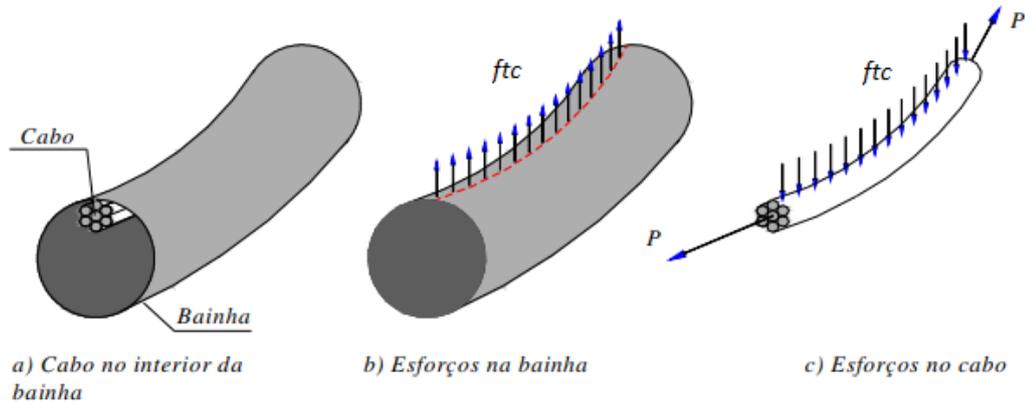
Figura 4 – Viga com protensão excêntrica.



Fonte: (NACHT, 2015)

Conforme Menegatti (2004), no caso de pós-tração em cabos curvos, quando o cabo é tracionado, a tendência é que ocorra a retificação do cabo fazendo com que o cabo entre em contato com a bainha gerando assim as forças de desvio ou forças de mudança de direção na estrutura, representadas na Figura 5 por  $ftc$  (força transversal de curvatura).

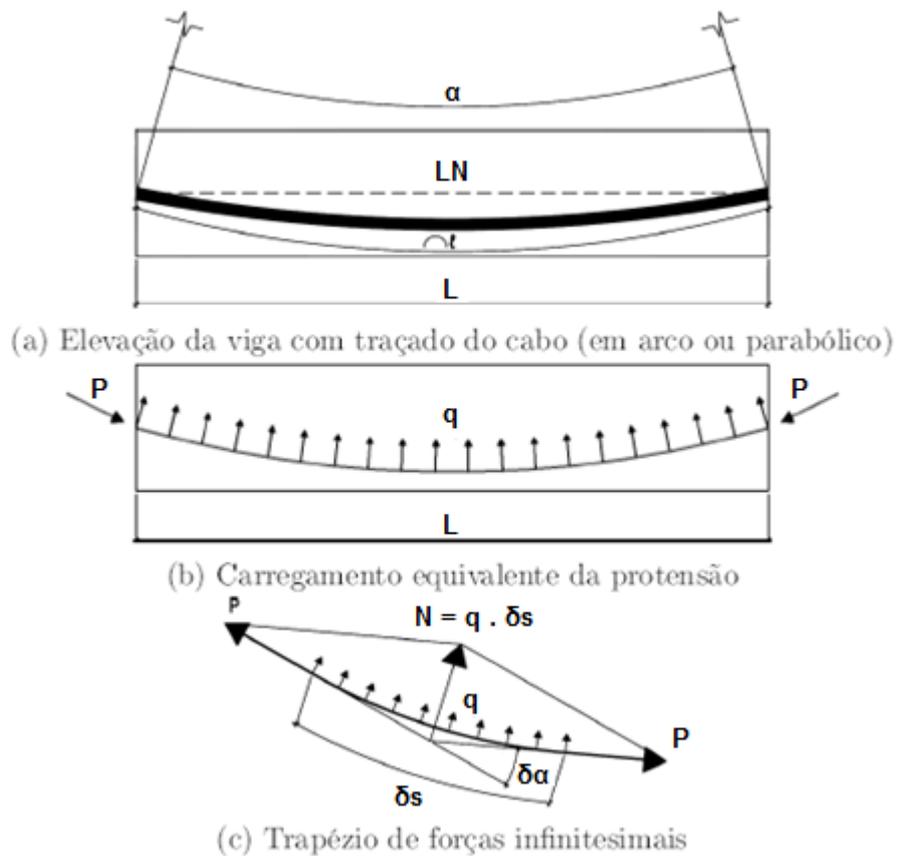
Figura 5 – Cabo sendo tracionado no interior de uma bainha.



Fonte: Adaptado de Menegatti (2004)

Segundo Nacht (2015) essa retificação é resistida pelo concreto. Assim, o cabo aplica uma força distribuída no concreto ao seu redor (Figura 6).

Figura 6 – Viga com protensão em curva.



Fonte: (NACHT, 2015)

Para obter o carregamento equivalente, Nacht (2015) demonstra, por meio do trapézio de forças da Figura 6c que, para ângulos infinitesimais:

$$N = 2P * \text{sen} \left( \frac{\delta\alpha}{2} \right) \quad (3)$$

$$\delta\alpha \approx \frac{N}{P} \quad (4)$$

$$N = q * \delta s \quad (5)$$

$$q = \frac{P * \delta\alpha}{\delta s} \quad (6)$$

Para um arco de raio  $R$  e comprimento  $l$  (Figura 6a):

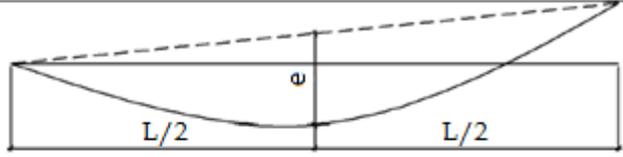
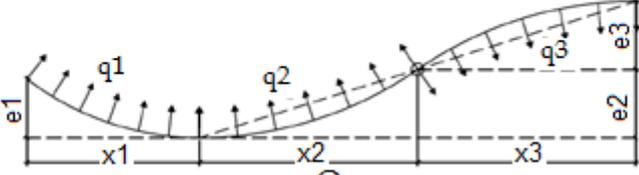
$$R = \frac{\delta s}{\delta\alpha} = \frac{l}{\alpha} \quad (7)$$

$$\therefore q = \frac{P}{R} = \frac{P * \alpha}{l} \quad (8)$$

$$\alpha = y'(x) \Big|_0^L \quad (9)$$

Com as equações de 3 a 9, é possível obter o carregamento equivalente de protensão para cabos dispostos em arco. Para outras configurações, Nacht (2015) propõe a utilização das relações presentes na Tabela 1.

Tabela 1 – Carregamentos equivalentes para outros traçados de cabos.

	$q = \frac{8P \cdot e}{L^2}$
	$q_i = \frac{2P \cdot e_i}{x_i^2}$
	$Q = P(\alpha_1 + \alpha_2)$

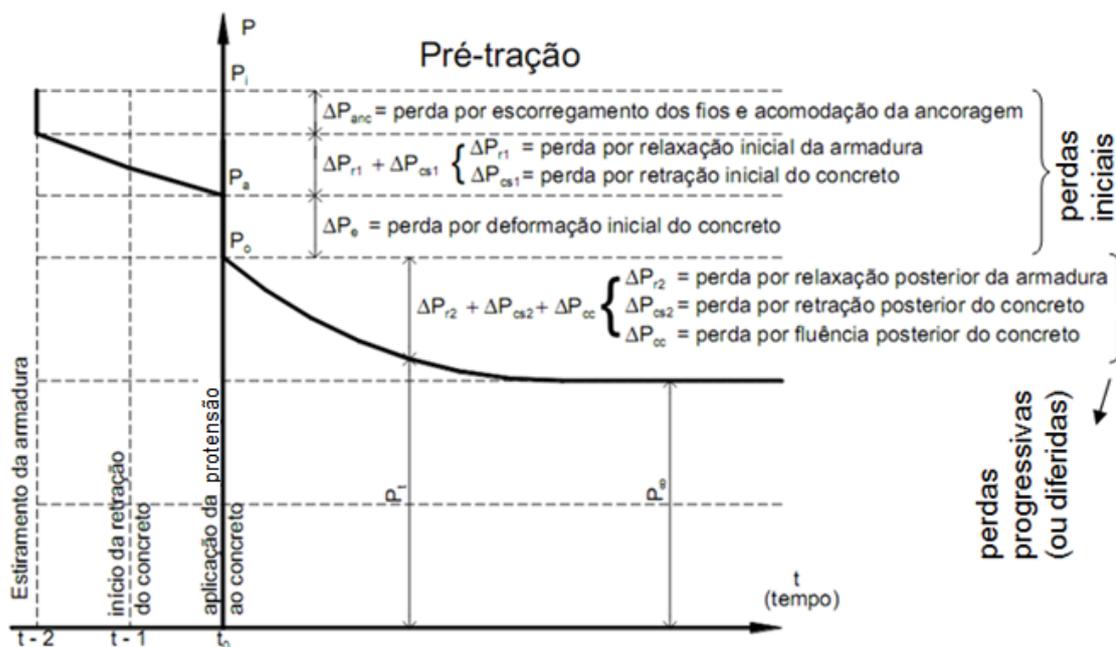
Fonte: Adaptado de GUIMARÃES citado por, NACHT, 2015

Ainda para cabos curvos, é possível obter o valor da componente axial da força de protensão utilização a expressão  $P_{axial} = P \cdot \cos(\alpha)$ . No entanto, para o caso geral, o valor de alfa é muito pequeno, desta forma, é possível adotar  $P_{axial} = P$  (NACHT, 2015).

## 2.5 PERDAS DE PROTENSÃO NA PRÉ-TRAÇÃO

Os cálculos das perdas de protensão na pré-tração serão apresentados conforme o gráfico abaixo (Figura 7). Serão também detalhados os comportamentos físicos dos materiais envolvidos no processo na prática.

Figura 7 – Diagrama força de protensão x tempo para peça protendida pré-tracionada.



Fonte: Adaptado de Bastos (2015)

### 2.5.1 PERDA POR ESCORREGAMENTO DOS FIOS E ACOMODAÇÃO DA ANCORAGEM

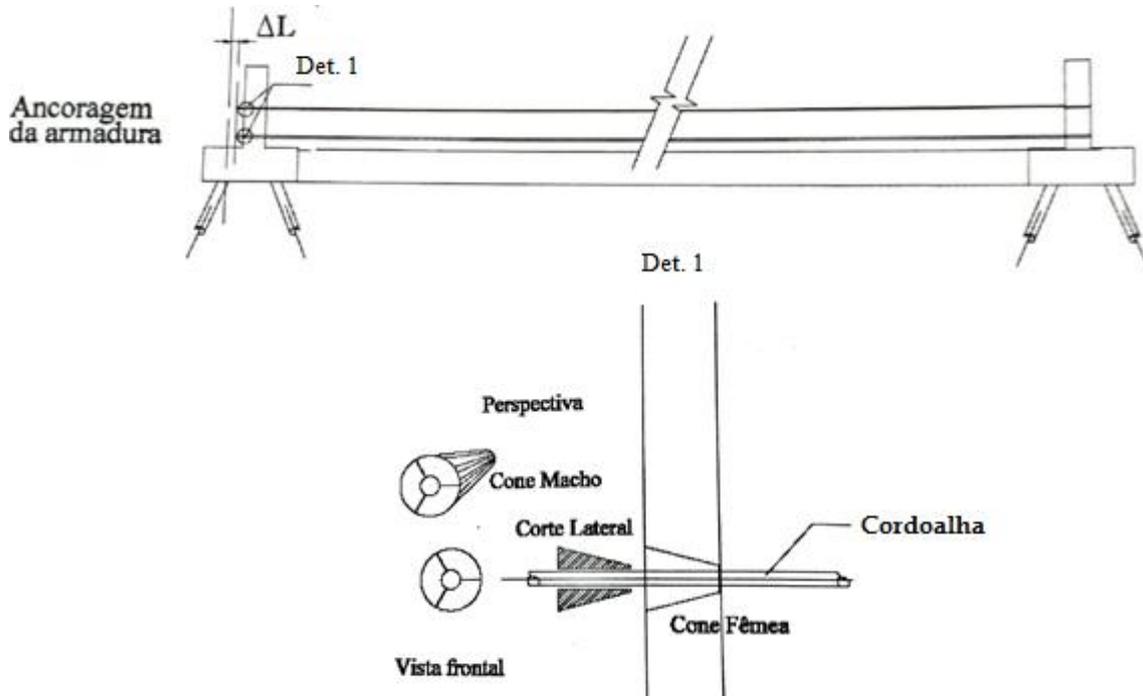
O termo “ancoragem” se refere aos dispositivos utilizados para fixar os cabos de aço após o procedimento de protensão realizado pelos macacos hidráulicos, impedindo assim, que o cabo retorne ao seu estado inicial, ou seja, sem tensão (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998).

As ancoragens podem ser agrupadas conforme as seguintes categorias:

- a) Ancoragem por aderência;
- b) Ancoragem por meio de cunhas;
- c) Ancoragem por meio de rosca e porca;
- d) Ancoragem por meio de cabeçotes apoiados em calços de aço ou em argamassa injetada (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998, p. 45).

Os sistemas de ancoragem por meio de cunhas podem ser classificados em: ancoragem com cunhas deslizantes e ancoragem com cunhas cravadas. No primeiro caso, após a realização da protensão da armadura, os cabos são liberados tendendo à voltar para sua condição anterior, assim o cone macho reage com o cone fêmea para evitar o retorno da armadura, conforme Figura 8 (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998).

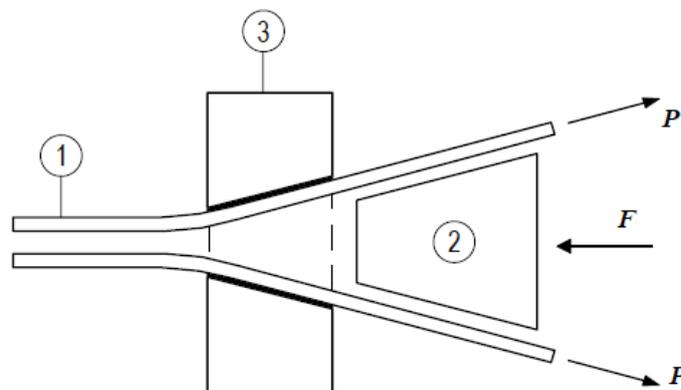
Figura 8 – Ancoragem da armadura no sistema de pré-tração, por meio de cunhas deslizantes.



Fonte: Adaptado de Carvalho (2012)

VERÍSSIMO e CÉSAR JÚNIOR (1998) citam que, na ancoragem com cunhas cravadas após a protensão (Figura 9, indicação 1), a partir de um dispositivo, uma cunha é inserida com um esforço  $F$  (Figura 9, indicação 2) contra uma peça fixa (Figura 9, indicação 3).

Figura 9 – Ancoragem por meio de cunha.



Fonte: (VERÍSSIMO E CÉSAR JUNIOR, 1998)

Legenda:

(1) – fios de aço;

(2) – cunha de ancoragem (cone macho);

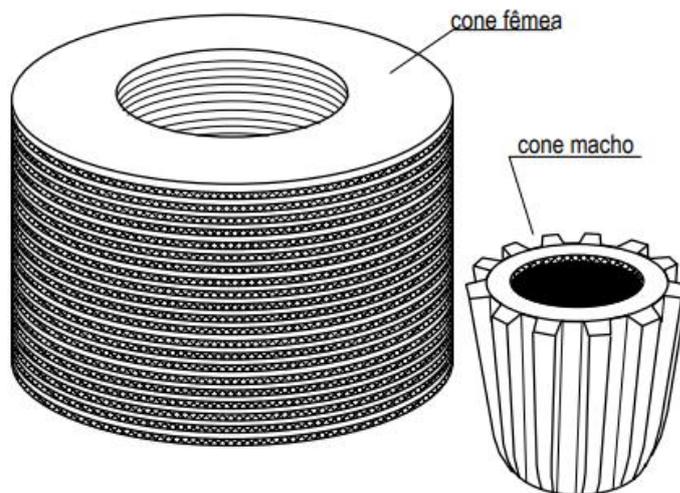
(3) – apoio da cunha (cone fêmea);

P = força de protensão dos fios de aço do cabo;

F = força aplicada sobre a cunha para ancorar o cabo.

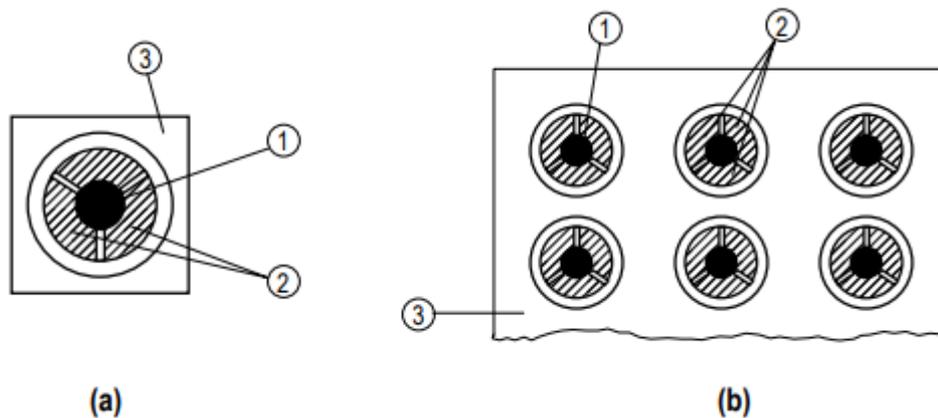
Existem ainda dois tipos de cunhas que podem ser utilizadas, cunha central (Figura 10) e cunhas periféricas (Figura 11) (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998).

Figura 10 – Ancoragem com cunha central (Sistema Freyssinet).



Fonte: (VERÍSSIMO E CÉSAR JUNIOR, 1998)

Figura 11 – Sistemas de ancoragem com cunhas periféricas.



Fonte: (VERÍSSIMO E CÉSAR JUNIOR, 1998)

Legenda:

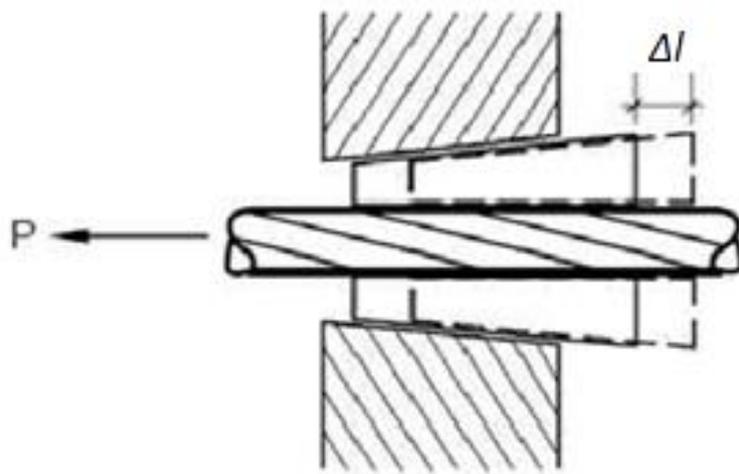
(1) – fios de aço;

(2) – cunha de ancoragem;

(3) – peça de apoio.

Conforme Carvalho (2012), o retorno do cabo  $\Delta l$  (Figura 12) devido a acomodação da ancoragem faz com que toda a extensão do cabo tenha uma perda de protensão.

Figura 12 – Acomodação do cabo de protensão no sistema de ancoragem.



Fonte: CARNEIRO, 2007, citado por BORGES NETO, 2010

Segundo o item 9.6.3.2 da NBR 6118:2014, os valores deste encurtamento devem ser determinados de modo experimental ou os valores indicados pelos fabricantes dos dispositivos de ancoragem.

Carvalho (2012) comenta que o valor do  $\Delta l$  é igual a 6 mm. Bastos (2015) cita uma ordem de grandeza entre 4 a 6 mm. Já Pfeil (1980) apresenta a Tabela 2 com os valores obtidos em ensaio para a penetração da cunha no sistema Freyssinet, para os esforços de protensão máxima. Na tabela, o tipo de cabo corresponde ao número de cordoalhas e seu respectivo diâmetro.

Tabela 2 – Acomodação da cunha de acordo com a cordoalha e a força de protensão.

Tipo de cabo (cunha central)	Esforços de protensão $P_{máx}$ (tf)	Penetração da cunha $\Delta l$ (mm)
12 $\phi$ 5 mm	27	4
12 $\phi$ 7 mm	52	7
12 $\phi$ 8 mm	68	8
6 $\phi$ ½" mm	75	12
12 $\phi$ ½" mm	150	12

Fonte: Adaptada de Pfeil (1980)

No caso da pré-tração, o cabo está ao ar livre, ou seja, não existe nenhum tipo de atrito, assim, a perda de tensão por escorregamento da ancoragem se dá ao longo de todo o cabo (MENEGATTI, 2004).

Logo, quando se efetiva a ancoragem de um cabo, o valor da tensão ao longo do cabo não se altera, sendo possível empregar diretamente a Lei de Hooke para se deduzir a perda de protensão da deformação por acomodação da ancoragem conforme equações abaixo (CARVALHO, 2012).

$$\Delta\sigma_a = E_p * \varepsilon_p \quad (10)$$

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta l}{l} \quad (11)$$

$$\Delta\sigma_a = E_p * \frac{\Delta l}{l} \quad (12)$$

Sendo:

$\Delta\sigma_a$ : perda de tensão no cabo devida à acomodação da ancoragem

$E_p$ : módulo de elasticidade da armadura de protensão

$\Delta l$ : acomodação da ancoragem

$l$ : comprimento do cabo

$\varepsilon_p$ : deformação específica do aço de protensão

Carvalho (2012), demonstra um exemplo, considerando uma pista de protensão de 50 m e  $\Delta l = 0,6$  cm, utilizando a equação 11:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,6}{5000} = 0,012 \%$$

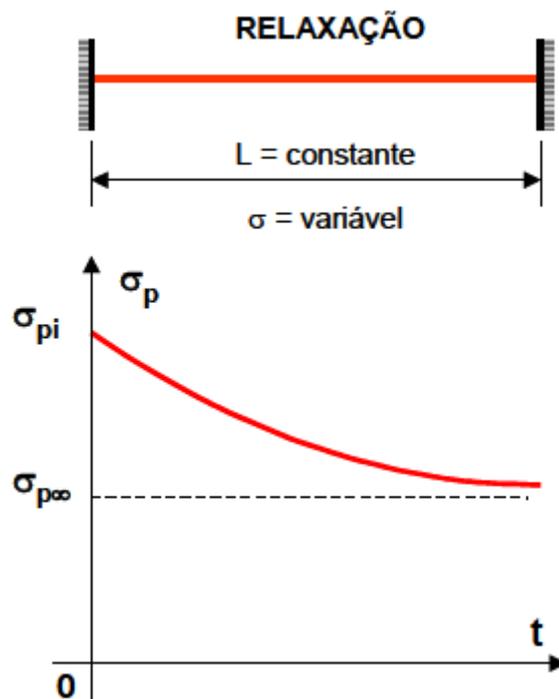
Usando a Lei de Hooke (equação 12) e sendo  $E_p = 200 \text{ GPa}$ , tem-se uma perda de:

$$\Delta\sigma = 200.000 * 0,00012 = 24 \text{ MPa}$$

### 2.5.2 PERDA POR RELAXAÇÃO INICIAL DA ARMADURA

A relaxação da armadura de protensão ocorre na fase viscoelástica, nessa fase a tensão na armadura diminui com o tempo mesmo sem alteração em seu comprimento conforme a Figura 13 (LAZZARI, 2011).

Figura 13 – Ilustração da relaxação do aço.



Fonte: (HANAI, 2003)

Para Pfeil (1980), os fatores mais importantes que influenciam na relaxação são: as características metalúrgicas (tipo de aço, tratamento térmico, etc), a tensão sob a qual o aço é ancorado e a temperatura ambiente.

No processo de fluência temos uma deformação do concreto que aumenta ao longo tempo sob tensão constante. Essa deformação ocorre devido aos esforços constantes gerados por cargas externas permanentes na viga além da força de protensão. Com isso, podemos descrever a relaxação como sendo o processo inverso da fluência, pois sob uma deformação constante temos uma redução da tensão no cabo de aço ao longo do tempo (NACHT, 2015).

De acordo com Carvalho (2012), a intensidade da relaxação pura do aço é determinada pelo coeficiente  $\psi(t, t_0)$ , dado por:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (13)$$

Sendo:

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$ : perda de tensão por relaxação pura (com comprimento constante) desde o instante do estiramento da armadura até o instante t considerado;

$\sigma_{pi}$  : tensão da armadura de protensão no instante de seu estiramento.

Conforme o item 8.4.8 da NBR 6118:2014, nos cálculos de relaxação, é comum adotar um valor  $\psi_{1000}$ , que é equivalente à relaxação que ocorre após 1.000 horas a 20°C. Esse valor pode ser obtido segundo a Tabela 3, sendo  $f_{ptk}$  a resistência característica à tração do aço de protensão e  $\sigma_{p0}$  a tensão  $\sigma_{pi}$  menos a perda por acomodação da ancoragem.

Tabela 3 – Valores de  $\psi_{1000}$ , em %.

$\sigma_{po}$	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 $f_{ptk}$	0	0	0	0	0
0,6 $f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 $f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 $f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde  
 RN é a relaxação normal;  
 RB é a relaxação baixa.

Fonte: Item 8.4.8 da NBR 6118:2014

Segundo Carvalho (2012), para tempos diferentes de 1.000 horas, sempre a 20°C, os valores de  $\psi_{1000}$  podem ser determinados por meio da equação abaixo, para  $(t, t_0)$  em dias.

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (14)$$

Conforme o item 9.6.3.4.5 da NBR 6118:2014:

- Para tensões inferiores a 0,5  $f_{ptk}$ , admite-se que não haja perda de protensão por relaxação.
- Para valores de 0,5  $f_{ptk}$  a 0,8  $f_{ptk}$  (Tabela 3), pode ser feita uma interpolação linear.
- Para tempo infinito, pode-se considerar  $\psi(\infty, t_0) = 2,5 \psi^{1000}$ .

Para exemplificar as perdas por relaxação da armadura, Carvalho (2012) calcula a perda por relaxação de um cabo que, após as perdas por ancoragem, apresenta uma tensão no tempo zero de 1247 MPa. O aço considerado é o CP190 RB, ou seja:

CP: aço para concreto protendido;

190: resistência característica mínima à tração do aço ( $f_{ptk}$ ) em kN/cm<sup>2</sup>; e

RB: relaxação baixa.

Inicialmente o autor calcula o nível de tensão que ocorre no cabo, conforme abaixo:

$$R = \frac{1247}{1900} = 0,656$$

Carvalho (2012) utiliza a Tabela 3 para encontrar  $\psi_{1000}$ , fazendo-se a seguinte interpolação:

$$\frac{k - 1,3}{2,5 - 1,3} = \frac{0,656 - 0,60}{0,70 - 0,60}$$

$$\psi_{1000} = k = 1,972$$

Para um tempo de 24horas, temos que:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15}$$

$$\psi(t, t_0) = 1,972 \left( \frac{1 - 0}{41,67} \right)^{0,15}$$

$$\psi(t, t_0) = 1,127\%$$

Sendo  $\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\Delta\sigma_{pi}}$  então:

$$\Delta\sigma_{pr} = 0,01127 * 1247 = 14,05 \text{ MPa}$$

### 2.5.3 PERDA POR RETRAÇÃO INICIAL DO CONCRETO

Conforme Bastos (2015), na pré-tração, o efeito da retração inicial do concreto pode ser desprezado, pois no ambiente de fábrica (ambiente úmido), a cura do concreto é iniciada logo após o adensamento e o intervalo de tempo entre a concretagem e a transferência da protensão é pequeno.

## 2.5.4 PERDA POR DEFORMAÇÃO INICIAL DO CONCRETO

Na pré-tração, quando os esforços são transferidos para o concreto, existe uma perda de protensão devido ao encurtamento elástico (imediate) do concreto (PFEIL,1980).

Conforme o Pfeil (1980), a perda por encurtamento elástico é dada por:

$$\Delta\sigma_{pe} = \alpha_p * \sigma_{cp} \quad (15)$$

Em que:

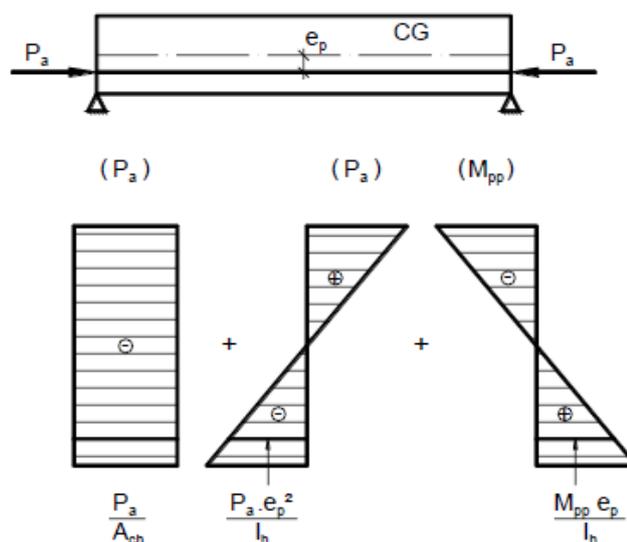
$\Delta\sigma_{pe}$ : perda por encurtamento elástico

$\alpha_p$ : relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto

$\sigma_{cp}$ : tensão do concreto na seção considerada ao nível do cabo de protensão, sob efeito de protensão e peso próprio

Para o cálculo de  $\sigma_{cp}$ , se a protensão for excêntrica e atuar o peso próprio da peça, Bastos (2015) apresenta o seguinte diagrama de tensões (Figura 14):

Figura 14 – Tensões normais na seção transversal, sob protensão excêntrica e com atuação do peso próprio.



Fonte: (BASTOS, 2015)

Conforme a Figura 14, temos que a tensão no concreto no nível da armadura pode ser calculada por:

$$\sigma_{cp} = -\frac{P_a}{A_{ch}} - \frac{P_a * e_p^2}{I_h} + \frac{M_{pp} * e_p}{I_h} \quad (16)$$

Em que:

$P_a$ : força ancorada

$e_p$ : excentricidade do cabo representante (distância do C.G da viga até a força ancorada)

$M_{pp}$ : momento devido o peso próprio da viga

$I_h$ : momento de inércia da seção homogeneizada

$A_{ch}$ : área da seção homogeneizada

Para o cálculo de  $A_{ch}$ , Bastos (2015) faz as seguintes considerações conforme a Figura 15, sendo:

$$A_c = b * h \quad (17)$$

$$A_{cp} = \alpha_p * A_p \quad (18)$$

$$A_{ch} = A_c + A_{cp} - A_p \quad (19)$$

Em que:

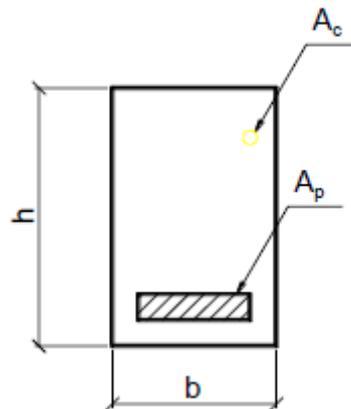
$A_c$ : área da seção transversal do concreto;

$A_{cp}$ : área de aço equivalente;

$A_{ch}$ : área da seção homogeneizada;

$\alpha_p$ : relação  $\frac{E_p}{E_{ci}}$

Figura 15 – Área da seção.



Fonte: (BASTOS, 2015)

A equação de  $\sigma_{cp}$  só é válida quando para protensão aplicada em uma única fibra. No caso da protensão ocorrer em fibras distintas, por exemplo, cordoalhas em vários níveis, deve ser avaliada a influência de uma sobre a outra (BASTOS, 2015).

Para exemplificar a perda por deformação imediata do concreto, será utilizado um exemplo dado por Bastos (2015) para uma viga pré tensionada, assumindo que, antes da transferência da protensão, a força ancorada correspondente à tensão é de  $0,75f_{ptk}$ . O autor apresenta os seguintes dados para a viga, cujo esquema está na Figura 16:

Vão  $l = 15,2$  m;

Concreto C40;

$f_{ck(i)} = 30$  MPa

$E_{ci} = \alpha_E 5600\sqrt{f_{ck}}$ , com  $\alpha_E = 1,0$  (brita de granito ou gnaiss)

$E_{ci} = 1,0 \cdot 5600\sqrt{30} = 30.672$  MPa

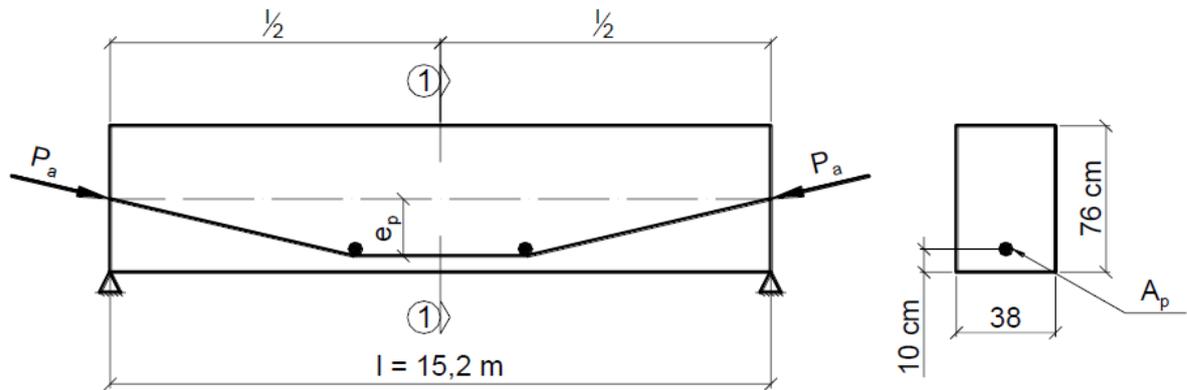
Peso próprio ( $g_{pp}$ ) = 7,22 kN/m

Armadura de protensão ( $A_p$ ): 10 cordoalhas CP 190 RB 12,7 ( $\Phi = 12,7$ mm)

$A_p = 10 \cdot 0,987 = 9,87$  cm<sup>2</sup>

$f_{ptk} = 1.900$  MPa ;  $E_p = 196$  kN/mm<sup>2</sup> = 196.000 MPa

Figura 16 – Esquema da viga.



Fonte: (BASTOS, 2015)

De acordo com Bastos (2015) inicialmente são calculadas as propriedades geométricas da peça:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} = \frac{196000}{30672} = 6,39$$

$$A_c = b * h = 38 * 76 = 2888 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{b * h^3}{12} = \frac{38 * (76^3)}{12} = 1390,09 \text{ cm}^4$$

Por simplificação:  $A_{ch} = A_c$  e  $I_h = I$

Excentricidade da armadura de protensão:

$$e_p = \frac{h}{2} - d' = \frac{76}{2} - 10 = 28 \text{ cm}$$

Em seguida é calculada a força de protensão ancorada ( $P_a$ ):

$$\sigma_{Pa} = -0,75 f_{ptk} = -(0,75 * 190) = -142,5 \text{ kN/m}^2$$

$$P_a = \sigma_{Pa} * A_p = (-142,5) * 9,87 = -1406,5 \text{ kN}$$

O momento fletor devido ao peso próprio vale:

$$M_{pp} = \frac{g_{pp} * l^2}{8} = \frac{7,22 * (0,152)^2}{8} = 20852 \text{ kN.cm}$$

A tensão no concreto, na fibra relativa ao C.G da armadura de protensão, no instante da transferência da força de protensão é:

$$\sigma_{cp} = -\frac{P_a}{A_{ch}} - \frac{P_a * e_p^2}{I_h} + \frac{M_{pp} * e_p}{I_h} = -\frac{1406,5}{2888} - \frac{1406,5 * 28^2}{1390091} + \frac{20852 * 28}{1390091}$$

$$\sigma_{cp} = -0,86 \text{ kN/cm}^2$$

A perda de tensão por encurtamento elástico é:

$$\Delta\sigma_{pe} = \alpha_p * \sigma_{cp} = 6,39 * (-0,86) = -5,50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = -55 \text{ MPa}$$

Em porcentagem:

$$\frac{\Delta\sigma_{pe}}{\sigma_{pa}} 100 = \frac{5,50}{142,5} 100 = 3,9\%$$

Força de protensão após o encurtamento elástico ( $P_0$ ):

$$\sigma_{p0} = \sigma_{pa} - \Delta\sigma_{pe} = -142,5 - (-5,50) = -137 \text{ kN/cm}^2$$

$$P_0 = \sigma_{p0} * A_p = -137 * 9,87 = -1352,2 \text{ kN (redução de 54,3kN de } P_a \text{ para } P_0)$$

## 2.5.5 SIMULTANEIDADE DAS PERDAS

Conforme o item 9.6.3.4.1 da NBR 6118:2014, as perdas progressivas de protensão, decorrentes da retração e da fluência do concreto e da relaxação do aço

de protensão, devem ser determinadas considerando-se a interação dessas causas, podendo ser utilizados os seguintes processos:

1- Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação

Este caso é aplicável quando são satisfeitas as condições seguintes:

- a) A concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, são executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase
- b) Os cabos devem possuir entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos possam ser supostos equivalentes ao de um único cabo (item 9.6.3.4.2 da NBR 6118:2014, p. 51).

2- Processo aproximado

Esse processo pode substituir o estabelecido em 9.6.3.4.2, desde que satisfeitas as mesmas condições de aplicação e que a retração não difira em mais de 25% do valor  $[-8 \cdot 10^{-5} \varphi(\infty, t_0)]$  (item 9.6.3.4.3 da NBR 6118:2014, p. 53).

Obs:  $\varphi(\infty, t_0)$  é o coeficiente de fluência do concreto no instante  $t$  para protensão e carga permanente aplicadas no instante  $t_0$ .

3- Método geral de cálculo

Quando as ações permanentes (carga permanente ou protensão) são aplicadas parceladamente em idades diferentes (portanto não são satisfeitas as condições estabelecidas em 9.6.3.4.2), deve ser considerada a fluência de cada uma das camadas de concreto e a relaxação de cada cabo, separadamente (item 9.6.3.4.4 da NBR 6118:2014, p. 53).

“Nesses processos admite-se que exista aderência entre a armadura e o concreto e que o elemento estrutural permaneça no estágio I” (item 9.6.3.4.1 da NBR 6118:2014, p. 51).

O processo simplificado será aqui apresentado. Sendo assim, conforme item 9.6.3.4.2 da NBR 6118:2014, o cálculo da perda simultânea da fluência e retração do concreto e da relaxação do aço é dado por:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p - \alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} * \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c * \alpha_p * \eta\rho_p} \quad (20)$$

Em que, o numerador envolve os cálculos individuais da fluência e retração do concreto e da relaxação do aço e o denominador é um valor dependente do coeficiente de fluência do aço, do coeficiente de fluência do concreto, da relação

entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto e de parâmetros geométricos da peça e armadura.

Conforme a equação 20, apesar de que a equação está escrita desta forma na NBR 6118:2014, deve-se considerar negativas as parcelas relativas às perdas por fluência, por retração e por relaxação do aço.

Os cálculos do denominador da equação 20 são dados segundo o item 9.6.3.4.2 da NBR 6118:2014 sendo:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (21)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) \quad (22)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 \varphi(t, t_0) \quad (23)$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} \quad (24)$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} \quad (25)$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} \quad (26)$$

Em que:

$\chi(t, t_0)$ : coeficiente de fluência do aço

$\psi(t, t_0)$ : coeficiente de relaxação do aço no instante  $t$  para protensão e carga permanente mobilizada no instante  $t_0$

$\varphi(t, t_0)$ : coeficiente de fluência do concreto no instante  $t$  para protensão e carga permanente aplicadas no instante  $t_0$

$\rho_p$ : taxa geométrica da armadura de protensão

$e_p$ : excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto

$A_p$ : área da seção transversal do cabo resultante

$A_c$ : área da seção transversal do concreto

$I_c$ : momento central de inércia da seção do concreto

### 2.5.6 PERDA POR RELAXAÇÃO POSTERIOR DA ARMADURA

De acordo com Veríssimo e César Júnior (1998), a armadura de protensão sofre um alívio de tensão ao longo do tempo, denominado de relaxação posterior da armadura. As equações utilizadas para o cálculo da perda por relaxação posterior da armadura são as mesmas da perda por relaxação inicial da armadura.

Conforme a equação 20, a parcela da perda por relaxação da armadura é:

$$\Delta\sigma_{p,r}(\infty, t_0) = \sigma_{p0} * \chi(t, t_0) \quad (27)$$

Segundo a NBR 6118:2014:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (28)$$

Em que:

$\psi(t, t_0)$ : coeficiente de relaxação do aço no instante  $t$  para protensão e carga permanente mobilizada no instante  $t_0$

O coeficiente  $\psi(t, t_0)$  pode ser determinado conforme já explicado na perda por relaxação inicial da armadura item 2.5.5.

### 2.5.7 PARCELA DA PERDA POR RETRAÇÃO

Conforme Veríssimo e César Júnior (1998), a retração e a fluência são dois fenômenos que se relacionam com as características físico-químicas do concreto. Esses fenômenos geram deformações ao longo do tempo. No caso da retração, ocorre um encurtamento da peça devido a uma diminuição do volume. Essa diminuição ocorre em função do equilíbrio hidrotérmico do concreto com o meio ambiente, em que o concreto perde parte da água de amassamento nas primeiras idades até atingir uma umidade considerada estável.

Carvalho (2012) comenta que, na protensão com aderência, supõe-se que a deformação do aço de protensão e do concreto em sua superfície de contato é a mesma, ou seja:

$$\varepsilon_{ci} = \varepsilon_{pi} \quad (29)$$

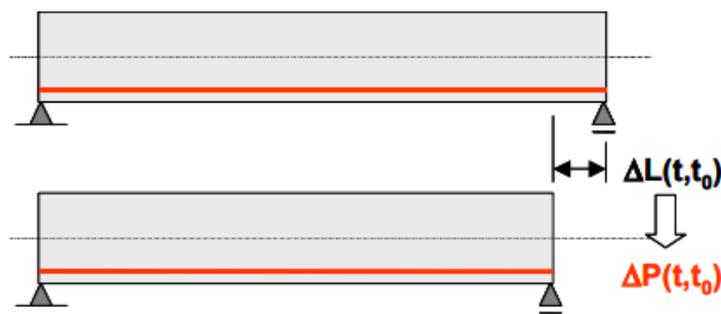
Sendo:

$\varepsilon_{ci}$ : deformação específica do concreto junto à armadura no ponto  $i$

$\varepsilon_{pi}$ : deformação específica da armadura de protensão no ponto  $i$

Assim, se ocorre o encurtamento da peça de concreto ao longo do tempo, parte do estiramento da armadura desaparece (Figura 17), ou seja, há uma perda de protensão da armadura (CARVALHO, 2012).

Figura 17 – Encurtamento da peça e perda de protensão na armadura.



Fonte: (HANAI, 2005)

Conforme a equação 20, a parcela da perda por retração é:

$$\Delta\sigma_{p,s}(t, t_0) = \varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p \quad (30)$$

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ : deformação específica de retração do concreto

$E_p$ : módulo de elasticidade da armadura de protensão

Segundo Carvalho (2012), os fatores que influenciam na retração são: umidade relativa do ambiente, consistência do concreto no lançamento e espessura fictícia da peça. Entre os instantes  $t_0$  e  $t$  a retração pode ser calculada segundo o Anexo A da NBR 6118:2014:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (31)$$

Em que:

$\epsilon_{cs\infty} = \epsilon_{1s} * \epsilon_{2s} =$  valor final da retração

$\epsilon_{1s}$  : coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto (Tabela 4)

$\epsilon_{2s}$ : coeficiente dependente da espessura fictícia da peça

$\beta_s(t)$  ou  $\beta_s(t_0)$ : coeficiente relativo à retração, no instante  $t$  ou  $t_0$  encontrado no gráfico da Figura 18. Alternativamente pode-se usar a Equação 34

$t$ : idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias

$t_0$ : idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, em dias

Para o cálculo abaixo de  $\epsilon_{2s}$  utiliza-se  $h_{fic}$  em centímetros, em que:

$$\epsilon_{2s} = \frac{33 + 2 h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} \quad (32)$$

Sendo  $h_{fic}$  a espessura fictícia, temos que:

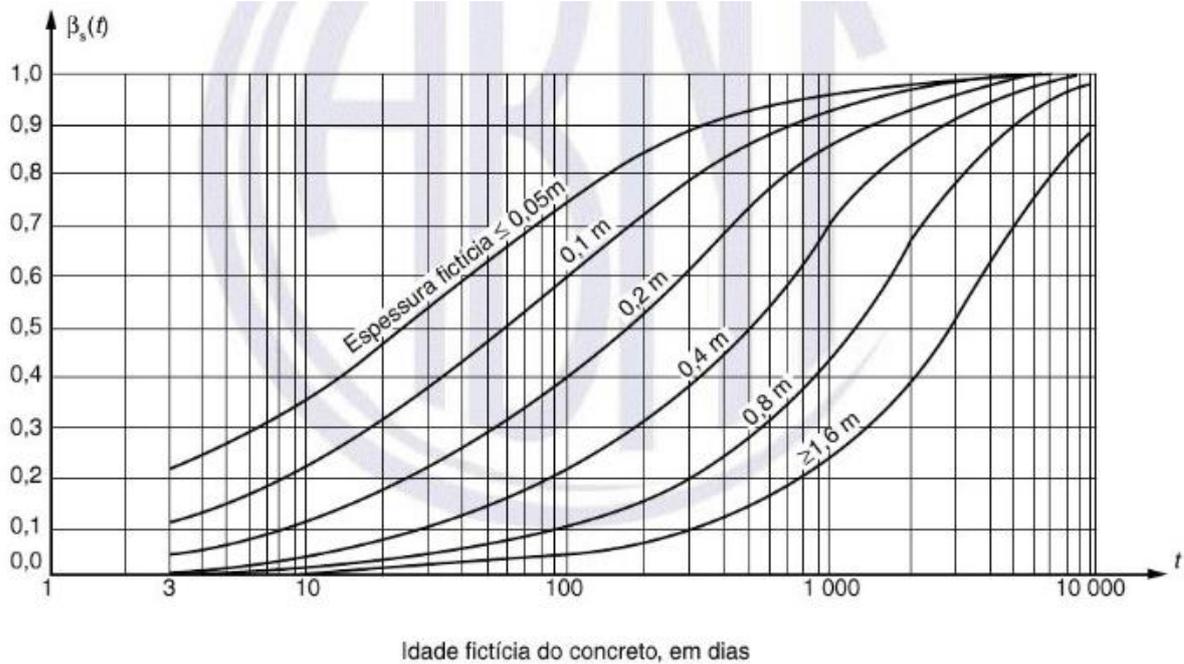
$$h_{fic} = \gamma \frac{2 A_c}{u_{ar}} \quad (33)$$

$\gamma$  = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente  $U\%$  , sendo  $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 U)$ , dado também na Tabela 4

$A_c$  = área da seção transversal da peça

$u_{ar}$  = parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar

Figura 18 – Variação  $\beta_s(t)$ .



Fonte: Anexo A da NBR 6118:2014

Tabela 4 – Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração.

AMBIENTE	UMIDADE U %	FLUÊNCIA $\varphi_{1c}(1)$ (3)			RETRAÇÃO $10^4 \cdot \varepsilon_{1s}(2)$ (3)			$\gamma$ (4)
		Abatimento de acordo com a ABNT NBR NM 67(em cm)						
		0 - 4	5 - 9	10 - 15	0 - 4	5 - 9	10 - 15	
Na água	-	0,6	0,8	1,0	+1,0	+1,0	+1,0	30
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90%	1,0	1,3	1,6	-1,9	-2,5	-3,1	5,0
Ao ar livre, em geral	70%	1,5	2,0	2,5	-3,8	-5,0	-6,2	1,5
Em ambiente seco	40%	2,3	3,0	3,8	-4,7	-6,3	-7,9	1,0

Fonte: Anexo A da NBR 6118:2014

Legenda:

(1)  $\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U$  para abatimentos de 5-9 e  $U \leq 90\%$ ;

(2)  $10^4 * \varepsilon_{1s} = -8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} - \frac{U^3}{133765} + \frac{U^4}{7608150}$  para abatimentos 5-9 e  $40\% \leq U \leq 90\%$ ;

(3) Os valores para  $U \leq 90\%$  e abatimentos 0-4 são 25% menores e para abatimentos 10-15, são 25% maiores

(4)  $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U)$  para  $U \leq 90\%$

Conforme anexo A.2.3.2 da NBR 6118:2014 o coeficiente  $\beta_s(t)$  pode ser obtido por:

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A * \left(\frac{t}{100}\right)^2 + B \left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C * \left(\frac{t}{100}\right)^2 + D \left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (34)$$

Onde:

$$A = 40$$

$$B = 116 h^3 - 282 h^2 + 220 h - 4,8$$

$$C = 2,5 h^3 - 8,8 h + 40,7$$

$$D = -75 h^3 + 585 h^2 + 496 h - 6,8$$

$$E = -169 h^4 + 88 h^3 + 584 h^2 - 39 h + 0,8$$

$h$ : é a espessura fictícia, expressa em metros (m); para valores de  $h$  fora do intervalo ( $0,05 \leq h \leq 1,6$ ), adotam-se os extremos correspondentes

Segundo Carvalho (2012), para cálculo dos diversos valores envolvidos nas equações citadas, sendo as equações 22, 23 e 26, devemos considerar a idade fictícia do concreto, sendo as seguintes situações:

1) Se o endurecimento do concreto se faz à temperatura ambiente de  $20^\circ \text{C}$ , temos que a idade fictícia do concreto é calculada por:

$$t = \alpha * t_{ef} \quad (35)$$

2) Quando não houver cura a vapor, a idade fictícia do concreto é dada por:

$$t = \alpha * \sum_i \frac{T_i}{30} * \Delta t_{ef,i} \quad (36)$$

$t$  = idade fictícia do concreto, em dias

$\alpha$  = coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento; na falta de dados experimentais, permite-se o emprego dos valores constantes na Tabela 5

$T_i$  = temperatura média diária do ambiente (°C)

$\Delta t_{ef, i}$  = período em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente,  $T_i$ , pode ser admitida constante

Tabela 5 – Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.

Cimento	$\alpha$	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Fonte: Anexo A.2.4.1 da NBR 6118:2014

Legenda: CPI e CP I-S – Cimento Portland comum

CP II-E, CP II-F e CP II-Z – Cimento Portland composto

CP III – Cimento Portland de alto forno

CP IV – Cimento Portland pozolânico

CP V-ARI – Cimento Portland de alta resistência inicial

RS – Cimento Portland resistente a sulfatos (propriedade específica de alguns dos tipos de cimento citados)

### 2.5.8 PARCELA DA PERDA POR FLUÊNCIA

A fluência ocorre no concreto quando a peça é submetida a ações de longa duração, ou seja, seu fenômeno se manifesta ao longo do tempo produzindo assim deformações elásticas e plásticas progressivas das fibras nas regiões solicitadas (HANAI, 2005).

Segundo Carvalho (2012), considerando a aderência entre o concreto e a armadura, podemos determinar uma perda de tensão na armadura dada por:

$$\Delta\sigma_{p,c}(\infty, t_0) = \varepsilon_{cc}(t, t_0) * E_p \quad (37)$$

Sendo:

$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ : deformação específica de fluência do concreto

$E_p$ : módulo de elasticidade da armadura de protensão

Conforme anexo A.2.2.1 da NBR 6118:2014 a deformação por fluência do concreto ( $\varepsilon_{cc}$ ) pode ser dividida em duas partes:

- a) Fluência rápida ( $\varepsilon_{cca}$ ): irreversível, e ocorre nas primeiras 24h após a aplicação da carga que a originou;
- b) Fluência lenta: composta de duas parcelas:
  - Deformação lenta irreversível ( $\varepsilon_{ccf}$ )
  - Deformação lenta reversível ( $\varepsilon_{ccd}$ )

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} \quad (38)$$

Sendo que:

$$\varepsilon_{c,total} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_c (1 + \varphi) \quad (39)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (40)$$

Em que:

$\varphi_a$ : coeficiente de deformação rápida

$\varphi_f$ : coeficiente de deformação lenta irreversível

$\varphi_d$ : coeficiente de deformação lenta reversível

Segundo anexo A.2.2.3 da NBR 6118:2014 a deformação devida à fluência do concreto total é dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} * \varphi(t, t_0) \quad (41)$$

Com  $E_{c28}$ , módulo de deformação tangente inicial para  $j=28$  dias, que deve ser obtido segundo ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522. Quando não forem realizados ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado, podem ser utilizados os valores da Tabela 6. (Anexo A.2.2.3 NBR 6118:2014, p.209).

Tabela 6 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo).

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
$E_{ci}$ (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
$E_{cs}$ (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
$\alpha_i$	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: Item 8.2.8 da NBR 6118:2014

Sendo o coeficiente devido a fluência dado por:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} * \beta_d \quad (42)$$

Em que:

$t$ : idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias

$t_0$ : idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento, em dias

$\varphi_a$ : coeficiente de fluência rápida

$\varphi_{f\infty}$ :  $\varphi_{1c} * \varphi_{2c}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classes C20 a C45

$\varphi_{f\infty}$ :  $0,45 * \varphi_{1c} * \varphi_{2c}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classes C50 a C90

$\beta_f(t)$  ou  $\beta_f(t_0)$ : coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto (Figura 19). Alternativamente, pode-se usar a equação 48

$\varphi_{d\infty}$ : coeficiente de deformação lenta reversível, considerado igual a 0,4

$\beta_d(t)$ : coeficiente relativo à deformação lenta reversível, função do tempo ( $t - t_0$ ) decorrido após o carregamento

O coeficiente de fluência rápida depende da classe do concreto, para concretos de classes C20 a C45, utiliza-se a seguinte equação:

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (43)$$

Para concretos de classes C50 a C90, temos que:

$$\varphi_a = 1,4 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (44)$$

Em que:

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ : função de crescimento da resistência do concreto com a idade

Segundo o item 12.3.1 da NBR 6118:2014 a resistência de cálculo do concreto é dada pela seguinte expressão:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \quad (45)$$

No caso específico da resistência de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ), alguns detalhes adicionais são necessários, conforme descrito a seguir:

a) Quando a verificação se faz em data  $j$  igual ou superior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feita aos 28 dias de forma a confirmar o valor de  $f_{ck}$  adotado no projeto

b) Quando a verificação se faz em data  $j$  inferior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} \cong \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Sendo  $\beta_1$  a relação  $\frac{f_{ckj}}{f_{ck}}$  dada por:

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$$

Onde

$s = 0,38$  para concreto de cimento C-III e IV;

s = 0,25 para concreto de cimento CPI e II;  
s = 0,20 para concreto de cimento CPV-ARI;  
t é a idade efetiva do concreto, expressa em dias (item 12.3.3 da NBR 6118:2014, p. 70).

Conforme anexo A.2.2.3 da NBR 6118:2014, o coeficiente  $\varphi_{f\infty}$  depende dos seguintes coeficientes:

$\varphi_{1c}$ : coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente  $U$ , expresso em porcentagem (%), e da consistência do concreto dada pela Tabela 4

$\varphi_{2c}$ : coeficiente dependente da espessura fictícia  $h_{fic}$  da peça, expressa em centímetros

Sendo que:

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (46)$$

Conforme anexo A.2.2.3 da NBR 6118:2014, o coeficiente  $\beta_d(t)$  pode ser determinado por:

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (47)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A * t + B}{t^2 + C * t + D} \quad (48)$$

Em que:

$$A = 42 h^3 - 350 h^2 + 588 h + 113$$

$$B = 768 h^3 - 3060 h^2 + 3234 h - 23$$

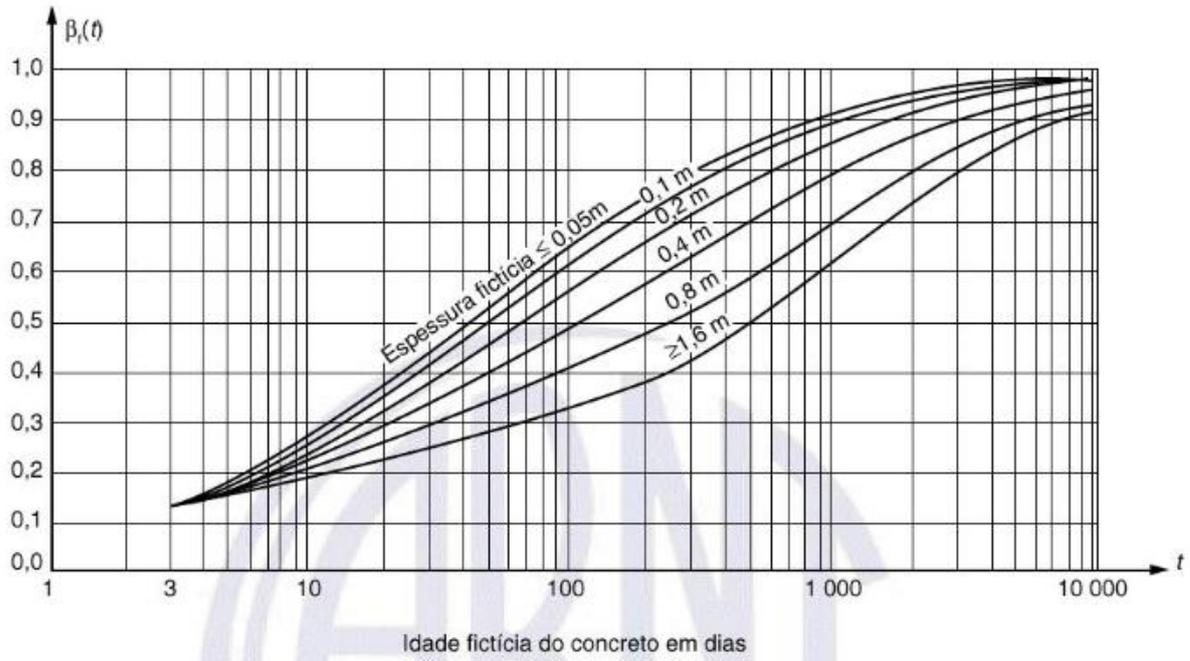
$$C = -200 h^3 + 13 h^2 + 1090 h + 183$$

$$D = 7579 h^3 - 31916 h^2 + 35343 h + 1931$$

$h$ : é a espessura fictícia, expressa em metros (m); para valores de  $h$  fora do intervalo  $(0,05 \leq h \leq 1,6)$ , adotam-se os extremos correspondentes

Para cálculo da fluência, a idade fictícia do concreto é determinada conforme equações citadas no cálculo da perda por retração.

Figura 19 – Gráfico da variação  $\beta_f(t)$ .



Fonte: Anexo A.2.2.3 da NBR 6118:2014

Conforme a equação apresentada no início deste item, a parcela da perda por fluência é:

$$\Delta\sigma_{p,c}(\infty, t_0) = \alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) \quad (49)$$

Em que:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} \quad (50)$$

$$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{fck}, \text{ para } fck \text{ de } 20 \text{ MPa a } 50 \text{ MPa} \quad (51)$$

Sendo:

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse

$\alpha_E = 0,9$  para calcário

$\alpha_E = 0,7$  para arenito

Para protensão excêntrica e existência de armaduras de protensão inferior e superior, a partir da leitura de Inforsato (2009), genericamente, considerando compressão positiva para região inferior temos que:

$$\sigma_{c,p0g,inf} = \frac{N_p}{A} + \left( \frac{M_p * e_p}{I} \right) - \sum \left( \frac{M_{ação} * e_p}{I} \right) \quad (52)$$

E para região superior:

$$\sigma_{c,p0g,sup} = \frac{N_p}{A} - \left( \frac{M_p * e'_p}{I} \right) + \sum \left( \frac{M_{ação} * e'_p}{I} \right) \quad (53)$$

Em que:

A: área da seção de concreto na hora da aplicação de protensão

I: momento de inércia da seção de concreto na hora da aplicação da ação correspondente

No caso de armadura de protensão inferior e superior, respectivamente, temos que:

$$N_p = A_p * \sigma_{pi,inf} + A_p * \sigma_{pi,sup} \quad (54)$$

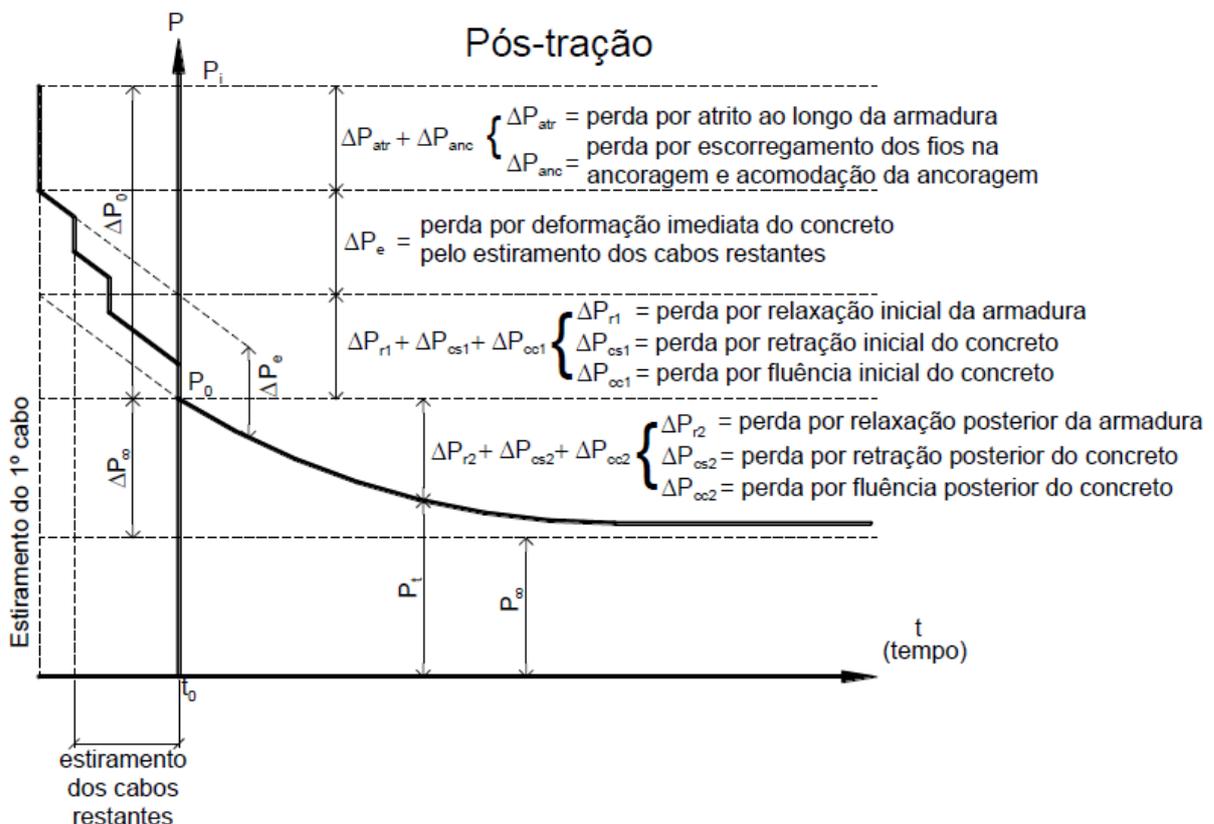
$$M_p = A_p * \sigma_{pi,inf} * e_p - A_p * \sigma_{pi,sup} * e_p \quad (55)$$

$\sigma_{pi,inf}$  e  $\sigma_{pi,sup}$  é a tensão  $\sigma_{pi}$  tiradas as perdas imediatas (ou seja, todas as calculadas anteriormente). As equações anteriores levam a uma parcela de perda de fluência para cada região ( $\Delta\sigma_{p,c,inf}$  e  $\Delta\sigma_{p,c,sup}$ ). Observe que os coeficientes de fluência de cada ação devem ser diferentes dependendo do tempo de aplicação da mesma.

## 2.6 PERDAS DE PROTENSÃO NA PÓS-TRAÇÃO

Os cálculos das perdas de protensão na pós-tração serão apresentados conforme o gráfico abaixo (Figura 20). Serão também detalhados os comportamentos físicos dos materiais envolvidos no processo, na prática.

Figura 20 – Diagrama força de protensão x tempo para peça protendida pós-traçada.

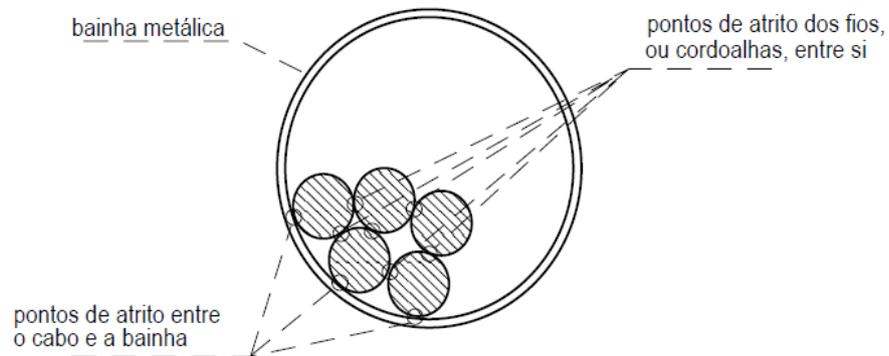


Fonte: Adaptado de Bastos (2015)

### 2.6.1 PERDA POR ATRITO AO LONGO DA ARMADURA

Segundo Veríssimo e César Júnior (1998), as perdas por atrito ao longo da armadura são verificadas apenas em peças pós-traçadas e são variáveis ao longo do comprimento da peça. Ou seja, a força de protensão irá variar não só com o tempo, mas também com a posição dos cabos. Conforme a Figura 21, verifica-se que as perdas por atrito ocorrem devido ao atrito que surge entre os fios que constituem o cabo e também entre os fios que ficam em contato com as paredes da bainha.

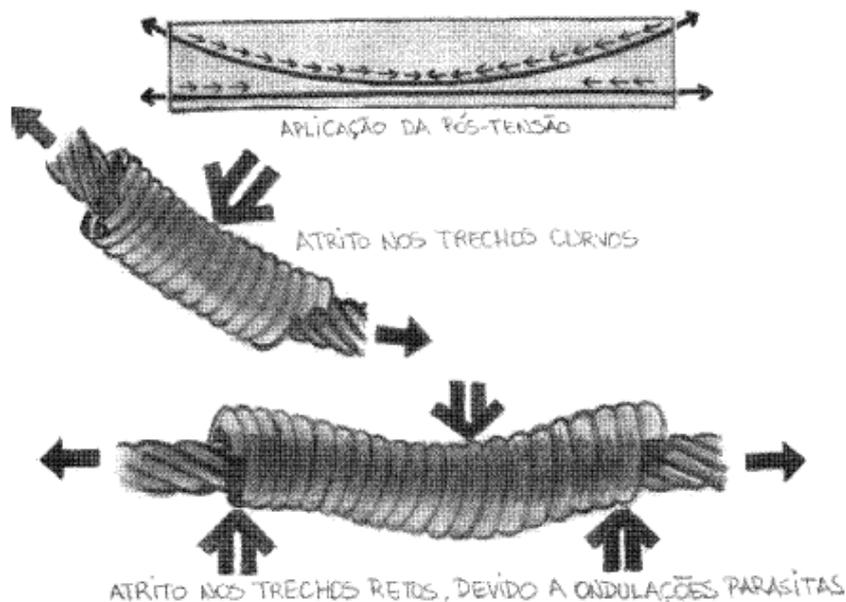
Figura 21 – Atrito nos cabos dentro da bainha.



Fonte: (VERÍSSIMO E CÉSAR JUNIOR,1998)

O atrito cabo-bainha acontece devido a sinuosidade inevitável do duto. Essa sinuosidade é chamada de ondulação parasita e ocorre tanto em trechos curvos dos cabos como nos retilíneos (Figura 22), e deve-se ao seguintes fatores: rigidez insuficiente da bainha, defeitos de montagem da armadura de protensão, insuficiência dos pontos de amarração do cabo e ao empuxo do concreto durante a concretagem (VERÍSSIMO ECÉSAR JÚNIOR, 1998).

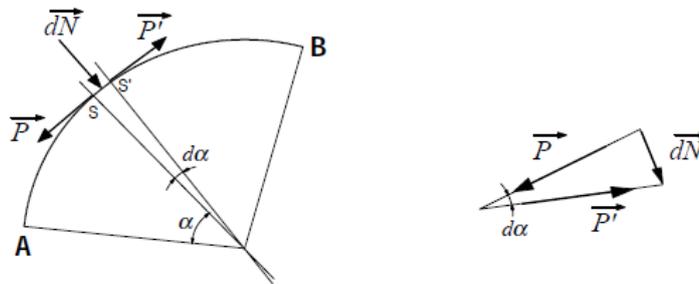
Figura 22 – Perdas por atrito nos cabos.



Fonte: (HANAI, 2005)

Para cálculo da perda por atrito deve-se considerar a Figura 23, em que é mostrado um trecho curvo  $AB$  de um cabo e duas seções  $S$  e  $S'$  infinitamente próximas (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998).

Figura 23 – Forças de atrito num cabo curvo.



Fonte: (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998)

Conforme Veríssimo e César Júnior (1998), na seção  $S$  atua uma força  $P$  enquanto que em  $S'$  atua a força  $P'$ , que é a  $P$  menos a força de atrito  $dP$  entre  $S$  e  $S'$ , matematicamente temos que:

$$P' = P - dP \quad (56)$$

$$dP = \mu * dN \quad (57)$$

Sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito cabo-bainha. De acordo com a NBR 6118:2014 os valores de coeficiente de atrito estão indicados na Tabela 7 abaixo:

Tabela 7 – Coeficientes de atrito cabo-bainha.

Tipos de superfície de atrito	$\mu$
Entre cabo e concreto (sem bainha)	0,50
Entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainha metálica	0,30
Entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica	0,20
Entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada	0,10
Entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada	0,05

Fonte: Item 9.6.3.3.2.2 da NBR 6118:2014

Segundo Carvalho (2012), existe uma tendência do cabo de aço se retificar e, em função disso, haverá, no trecho em curva, a ação  $dN$  do cabo no concreto, com direção radial, dada por:

$$dN = P * d\alpha \quad (58)$$

Da equação de equilíbrio do cabo se obtém o valor da parcela  $dP$ :

$$dP = - P * \mu * d\alpha \quad (59)$$

$$\frac{dP}{P} = - \mu * d\alpha \quad (60)$$

Integrando a Equação (60):

$$\int \frac{dP}{P} = - \mu \int d\alpha \quad (61)$$

$$\ln (P) = - \mu * \alpha + \ln (C) \quad (62)$$

$$\ln (P) - \ln (C) = - \mu * \alpha \quad (63)$$

Usando propriedades de logaritmos:

$$\ln \left( \frac{P}{C} \right) = - \mu * \alpha \quad (64)$$

Tirando o exponencial dos dois termos tem-se:

$$e^{\ln \left( \frac{P}{C} \right)} = e^{- \mu * \alpha} \quad (65)$$

Em que:

$$\frac{P}{C} = e^{-\mu * \alpha} \quad (66)$$

$$P = C * e^{-\mu * \alpha} \quad (67)$$

No início da curva, ponto A,  $\alpha = 0$  e  $P = P_A$ :

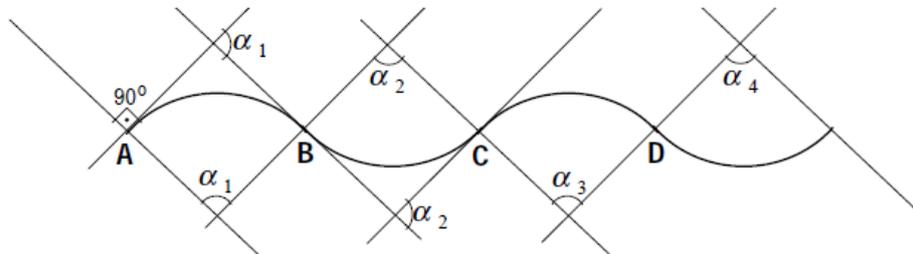
$$P_A = C * e^0 = C \quad (68)$$

Então:

$$P = P_A * e^{-\mu * \alpha} \quad (69)$$

Considere um cabo sinuoso (Figura 24):

Figura 24 – Ângulos de curvatura num cabo sinuoso.



Fonte: (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998)

Considerando o cabo da Figura 23, aplicando a equação (69):

$$P_B = P_A * e^{-\mu \alpha_1} \quad (70)$$

$$P_C = P_B * e^{-\mu \alpha_2} = P_A * e^{-\mu \alpha_1} * e^{-\mu \alpha_2} \quad (71)$$

$$P_D = P_C * e^{-\mu \alpha_3} = P_A * e^{-\mu \alpha_1} * e^{-\mu \alpha_2} * e^{-\mu \alpha_3} \quad (72)$$

Ou seja:

$$P_D = P_A * e^{-\mu(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)} \quad (73)$$

Segundo Veríssimo e César Júnior (1998, p. 13), “a força numa abcissa x do cabo só depende da força na origem e do somatório dos ângulos de desvio do cabo entre a origem e a abcissa x.”

$$P_N = P_A * e^{-\mu \cdot \Sigma\alpha_i} \quad (74)$$

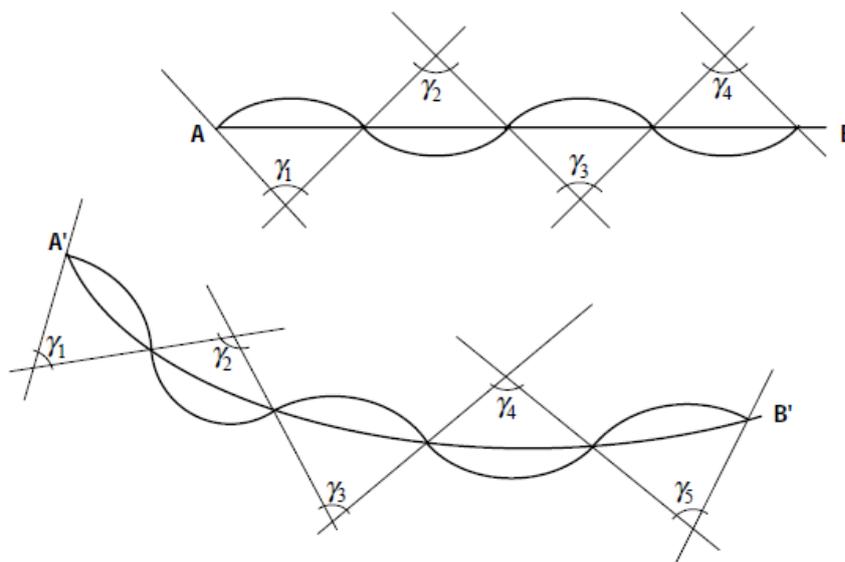
Sendo:

$\Sigma\alpha_i$  = somatório aritmético dos valores absolutos dos desvios do cabo entre A (x=0) e qualquer ponto N.

### 2.6.1.1 CONSIDERAÇÃO DA ONDULAÇÃO PARASITA

De acordo com Veríssimo e César Junior (1998, p. 14), “fazendo uma analogia, a perda por atrito parasita pode ser analisada como sendo uma sucessão de perdas em curva, tanto nos trechos retos de um cabo como nos curvos.”

Figura 25 – Curvaturas em cabos retos e em cabos curvos.



Fonte: (VERÍSSIMO E CÉSAR JÚNIOR, 1998)

Segundo Veríssimo e César Júnior (1998), existe uma ondulação de ângulo médio  $\gamma$  que ocorre tanto nos trechos retos como nos curvos, conforme Figura 25, sendo que:

$$P_B = P_A * e^{-\mu \cdot \Sigma\gamma} \quad (75)$$

Superpondo os dois efeitos (curvatura do cabo e ondulação parasita do cabo), tem-se:

$$P_B = P_A * e^{-\mu(\alpha + \Sigma\gamma)} \quad (76)$$

Sendo a ondulação média (em radianos) por unidade de comprimento em reta ou em curva expressa por  $\beta = \frac{\Sigma\gamma}{L}$  e  $L = \text{comprimento do trecho } AB$ , chega-se a:

$$P_B = P_A * e^{-\mu(\alpha + \beta \cdot L)} \quad (77)$$

Com a dedução da equação anterior, pode-se compreender a NBR 6118:2014, que expressa a perda da força de protensão no cabo por atrito em uma determinada seção de abscissa  $x$ , a partir da ancoragem, como:

$$\Delta P(x) = P_i (1 - e^{-(\mu \cdot \Sigma\alpha + k \cdot x)}) \quad (78)$$

Sendo:

$k$ : coeficiente de perda provocada por curvaturas não intencionais por metro linear de cabo; na falta de dados experimentais, adota-se o valor de  $0,01 \mu$ . Outra fonte desta informação é a Tabela 8 a seguir.

Tabela 8 – Valores de k propostos pelo ACI (American Concrete Institute).

Tipo de armadura	k (por m)	$\mu$
Armaduras em bainha flexível de metal:		
- fios .....	0,0033 – 0,0049	0,15 – 0,25
- cordoalha de 7 fios .....	0,0016 – 0,0066	0,15 – 0,25
- barras de alta resistência .....	0,0003 – 0,0020	0,08 – 0,30
Cordoalha de 7 fios em dutos metálicos rígidos	0,00066	0,15 – 0,25
Armadura engraxada:		
- fios e cordoalhas de 7 fios .....	0,0010 – 0,0066	0,05 – 0,15

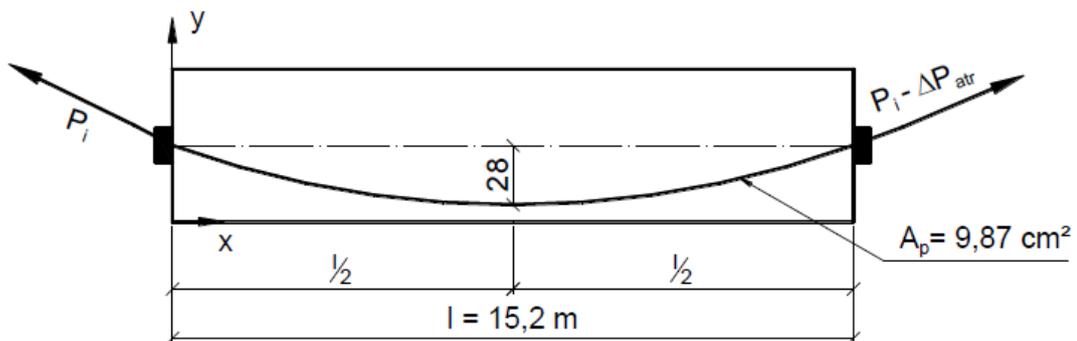
Fonte: (BASTOS, 2015)

Para exemplificar a perda de atrito ao longo da armadura, é possível recorrer ao exemplo proposto por Bastos (2015), conforme os dados e Figura 26 e Figura 27.

Dados:

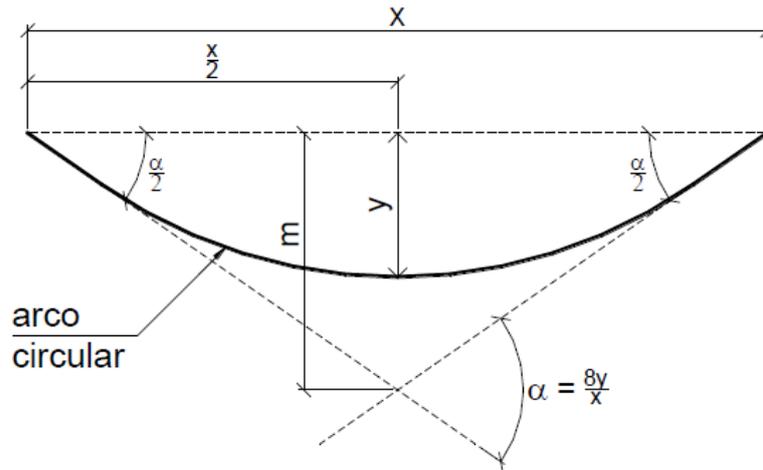
- Viga pós-tensionada armada com cordoalhas CP 190 de 7 fios ( $A_p = 9,88 \text{ cm}^2$ );
- $\sigma_{pi} = -0,74 f_{ptk} = 0,74 * 1900 = -1406 \text{ MPa}$ ;
- $\mu = 0,20$  (bainha metálica com cordoalha);
- $k = 0,006/m$  (valor proposto pela Tabela 8)

Figura 26 – Esquema da viga.



Fonte: (BASTOS, 2015)

Figura 27 – Armadura curva.



Fonte: (BASTOS, 2015)

Resolução:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{m}{\frac{x}{2}} = \frac{2m}{x}$$

$m \cong 2y$ , neste exemplo

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{4y}{x}$$

Para ângulos pequenos:

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{4y}{x}$$

$$\alpha = \frac{8y}{x} \text{ (rad)}$$

$$\alpha = \frac{8 * 28}{1520} = 0,147 \text{ rad}$$

No caso,  $\alpha$  é o próprio  $\Sigma\alpha$ , já que há apenas uma curva.

A força de protensão no “macaco” hidráulico vale:

$$P_i = \sigma_{pi} * A_p = -140,6 * 9,88 = -1387,7 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{atr}(15,2) = -1387,7 [1 - e^{-(0,20 \cdot 0,147 + 0,006 \cdot 15,2)}] = -1387,7 [1 - e^{-(0,1206)}] = 157,7 \text{ kN}$$

$$\text{Perda percentual: } \frac{157,7}{1387,7} 100 = 11,4 \%$$

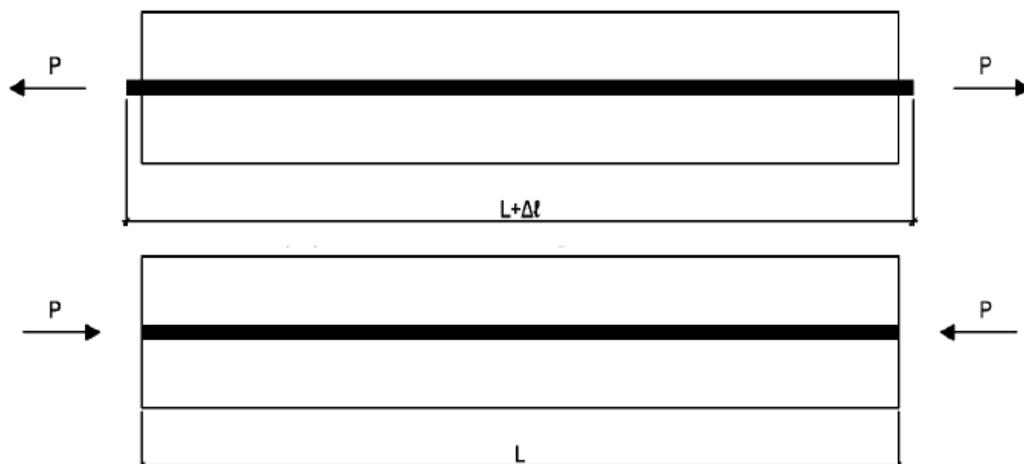
Portanto, na ancoragem passiva (extremidade direita da viga) a força de protensão na armadura é:

$$P_i - \Delta P_{atr} = -1387,7 - (-157,7) = -1230,0 \text{ kN}$$

## 2.6.2 PERDA POR ESCORREGAMENTO DOS FIOS E ACOMODAÇÃO DA ANCORAGEM

De acordo com Nacht (2015), essa perda ocorre após a remoção do macaco hidráulico e a ancoragem do cabo no concreto. Por conta das acomodações na ancoragem, o cabo tende a se encurtar, gerando um atrito negativo entre as cunhas acopladas ao cabo e o dispositivo de ancoragem, conforme a Figura 28. Este movimento gera um “atrito negativo” entre cunhas acopladas ao cabo e a ancoragem.

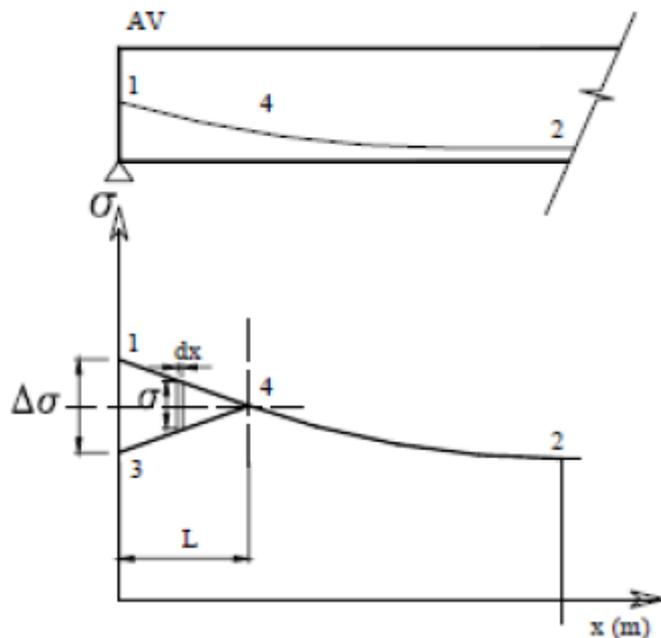
Figura 28 – Viga com protensão axial.



Fonte: (NACHT, 2015)

Segundo Carvalho (2012), o gráfico da Figura 29 apresenta o desenvolvimento das tensões em um cabo antes de ser ancorado (trecho 1-4-2) e após a ancoragem (trecho 3-4-2). Após a ancoragem, percebe-se uma queda de tensão no trecho 1-4. Essa queda de tensão vale  $\Delta\sigma$  no início e vai diminuindo até ser igual a zero no ponto 4. Existe um atrito cabo-bainha que impede a livre movimentação do cabo para o “interior” da estrutura, o que faz com que a queda de tensão decresça. No trecho 4-2 não existe movimentação do cabo durante a ancoragem, logo, não se verifica queda de tensão.

Figura 29 – Tensão ao longo do cabo antes da ancoragem (1-4-2) e após a ancoragem (3-4).



Fonte: (CARVALHO, 2012)

Carvalho (2012), analisa um trecho  $dx$  do cabo. Conforme a Lei de Hooke temos:

$$\sigma = E_p * \epsilon_p \quad (79)$$

Sendo:

$E_p$ : módulo de elasticidade da cordoalha de protensão

$\varepsilon_p$ : deformação específica (média) do aço de protensão até o ponto em que a perda de tensão for nula

Conforme Nacht (2015), devido ao “atrito negativo” a perda de tensão do cabo fica restrita a um segmento próximo da ancoragem, a partir disso Bastos (2015) apresenta a seguinte equação para a perda na ancoragem como:

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 E_p * \frac{\Delta\ell}{X} \quad (80)$$

Bastos (2015) sugere a seguinte equação para encontrar o ponto em que as tensões são nulas:

$$X = \sqrt{\frac{E_p * \Delta\ell}{\sigma_{pi} * \lambda}} \quad (81)$$

Em que:

$\Delta\ell$ : acomodação na ancoragem

$\sigma_{pi}$ : tensão na armadura na posição da ancoragem ativa

$\lambda$ : valor dependente da curvatura da armadura e do atrito ( $\mu$ )

Para exemplificar tal perda será utilizado um exemplo proposto por Bastos (2015), para encontrar o valor de  $X$  e da perda de protensão que ocorre devido ao escorregamento na ancoragem ativa, conforme os seguintes dados e Figura 30:

$$\sigma_{pi} = -1303 \text{ MPa}$$

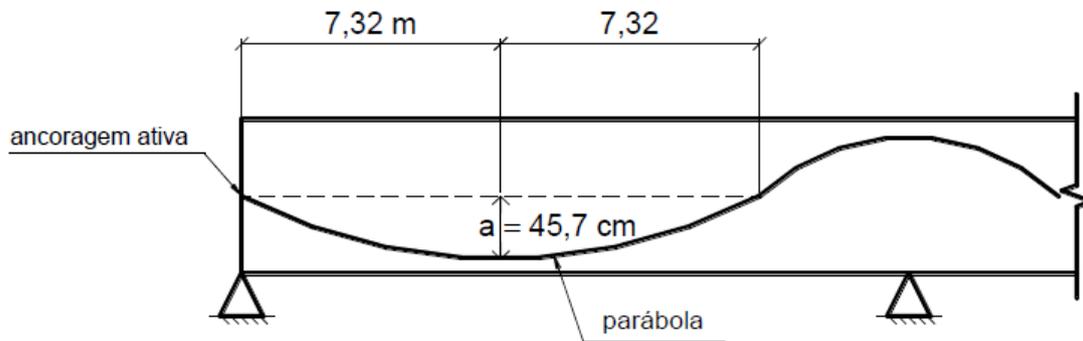
$$\Delta\ell = 5,1 \text{ mm} = 0,0051 \text{ m}$$

$$E_p = 196000 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,15$$

$$k = 0,0025/\text{m}$$

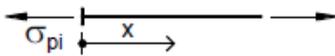
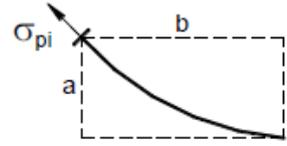
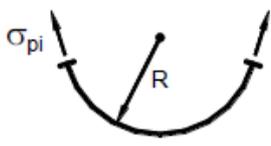
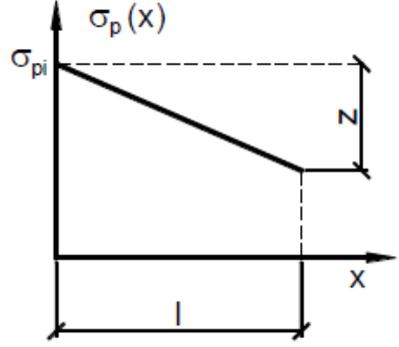
Figura 30 – Esquema da viga.



Fonte: (BASTOS, 2015)

Para cálculo de  $\lambda$  e  $X$ , o autor utiliza a Tabela 9 a seguir.

Tabela 9 – Valores de  $\lambda$  e X para perfis típicos da armadura.

Perfil	$\lambda = \frac{\mu\alpha + kx}{x}$	$X \leq \ell$
<b>Linear</b> 	k	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{k \sigma_{P_i}}}$
<b>Parabólico</b> 	$2 \frac{\mu a}{b^2} + k$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\sigma_{P_i} \lambda}}$
<b>Circular</b> 	$\frac{\mu}{R} + k$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\sigma_{P_i} \lambda}}$
<b>Qualquer forma, ou combinação de formas (modelo aproximado)</b> 	$\left(\frac{z}{\ell}\right) \frac{1}{\sigma_{P_i}}$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\frac{z}{\ell}}}$

Fonte: (BASTOS, 2015)

Sendo que, considerando perfil parabólico do cabo:

$$\lambda = 2 \frac{\mu * a}{b^2} + k = \frac{2 * 0,15 * 0,457}{7,32^2} + 0,0025 = 0,00506/m$$

$$X = \sqrt{\frac{E_p * \Delta \ell}{\sigma_{P_i} * \lambda}} = \sqrt{\frac{19600 * 0,0051}{130,3 * 0,00506}} = 12,31 \text{ m}$$

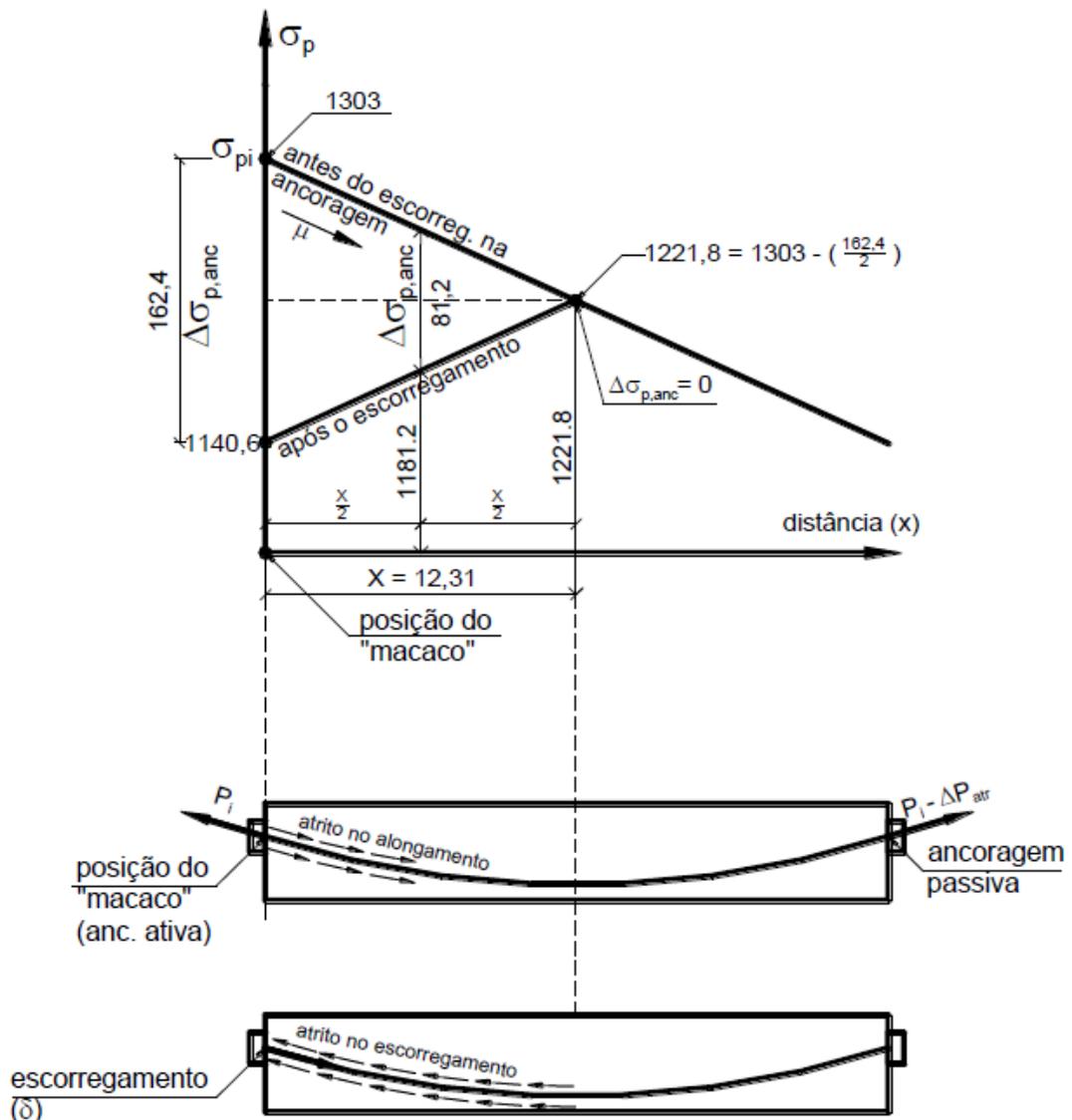
Portanto, a perda de protensão é:

$$\Delta \sigma_{p,anc} = 2 E_p * \frac{\Delta \ell}{X} = 2 * 196000 * \frac{0,0051}{12,31} = 162,4 \text{ MPa}$$

Perda percentual:  $\frac{162,4}{1303} 100 = 12,5\%$

A Figura 31 ilustra a distância  $X$  da ancoragem ativa em que ocorre perda de tensão por escorregamento na armadura. Conforme o exemplo  $X = 12,31\text{m}$ , portanto nesse ponto temos que  $\Delta\sigma_{p,anc} = 0$ .

Figura 31 – Perda de tensão por atrito e por escorregamento na ancoragem.



Fonte: (BASTOS, 2015)

### 2.6.3 PERDA POR DEFORMAÇÃO IMEDIATA DO CONCRETO PELO ESTIRAMENTO DOS CABOS RESTANTES

De acordo com Hanai (2005), quando os cabos são distendidos todos de uma só vez, não ocorrem perdas de tensão na armadura por deformação imediata do

concreto. Porém, quando a distensão é efetuada cabo por cabo, a aplicação da força de protensão por meio de um dos cabos provoca deformações no concreto que alteram as tensões nos cabos anteriores que já foram tracionados e ancorados.

Conforme Nacht (2015), o concreto sofre um encurtamento quando é submetido a esforços de compressão. Devido à aderência entre o concreto e o cabo, este sofre uma deformação de valor igual, devido à hipótese de compatibilidade de deformações. Sendo assim, um encurtamento do cabo irá reduzir a sua tensão efetiva.

Na pós-tração, como a protensão dos cabos é feita com os macacos hidráulicos apoiados na viga, conforme o cabo é tracionado, os macacos reagem comprimindo a viga. Ou seja, o encurtamento da viga é realizado pelos macacos, sendo que o cabo não sofre perda devido à sua própria protensão. Assim, o cabo sofre perdas apenas em razão da protensão dos cabos protendidos em seguida, sendo o primeiro cabo o que mais sofre perdas enquanto que o último não sofre perda alguma (NACHT, 2015).

Segundo Pfeil (1980), se a viga tem  $n$  cabos que serão protendidos sucessivamente, o primeiro cabo irá sofrer o efeito do encurtamento elástico dos  $(n-1)$  cabos restantes devido o efeito de deformação do concreto, e o último cabo não sofrerá perdas por encurtamento elástico. Assim, o autor considera uma perda correspondente ao encurtamento elástico de  $(n-1)/2$  cabos. Sendo  $\sigma_{cp}$  a tensão de compressão da viga para  $n$  cabos, a perda de protensão que um cabo provoca nos que foram ancorados anteriormente é dada por  $\alpha_e * \sigma_c/n$ .

Em Pfeil (1980), a perda média por encurtamento elástico na viga é dada por:

$$\Delta\sigma_{pe} = \frac{1}{2} \frac{n-1}{n} \alpha_p * \sigma_{cp} \quad (81)$$

Em que:

$\Delta\sigma_{pe}$ : perda média por encurtamento elástico na viga

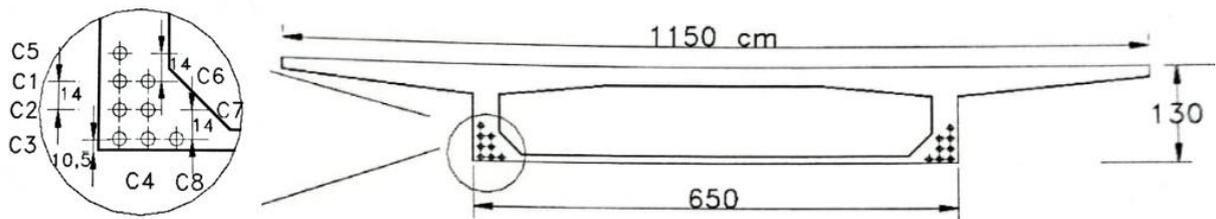
$n$ : número de cabos utilizados na viga

$\alpha_p$ : relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto

$\sigma_{cp}$ : tensão do concreto na seção considerada ao nível do cabo de protensão, sob efeito de protensão e peso próprio

O cálculo de  $\sigma_{cp}$  é feito da mesma forma que na pré-tração. Para demonstrar a perda por deformação imediata do concreto, será utilizado um exemplo de Carvalho (2012), para uma peça de 16 cabos cuja seção transversal está indicada na Figura 32.

Figura 32 – Seção transversal intermediária de uma peça em que serão protendidos sequencialmente 16 cabos (cotas em cm).



Fonte: (CARVALHO, 2012)

O autor considera que a força após a ancoragem em cada cabo é de  $N_i = 1240 \text{ kN}$  e que os valores das características da seção da peça de concreto são:

$$\text{Área} = A = 4,845 \text{ m}^2;$$

$$\text{Momento de inércia} = I = 1,15 \text{ m}^4;$$

$$\text{Posição do cg a partir da extremidade inferior} = y_i = 0,76 \text{ m};$$

$$\text{Altura da seção} = h = 1,30 \text{ m};$$

$$\text{Momento fletor devido ao peso próprio} = M_{g1} = 8090 \text{ kN.m};$$

$$\alpha_p = 7$$

Segundo Carvalho (2012), para o cálculo da excentricidade, é considerada a distância do cabo representante que está situado no centro de forças de protensão a uma distância do bordo inferior  $y_p$  dado pela expressão:

$$\begin{aligned} y_p &= \frac{\sum N_i y_i}{\sum N_i} \\ &= \frac{3 * 1240 * 0,105 + 2 * 1240 * 0,245 + 2 * 1240 * 0,385 + 1 * 1240 * 0,525}{8 * 1240} \\ &= 0,2625 \text{ m} \end{aligned}$$

Assim, para o cálculo da excentricidade temos que:

$$e = y_i - y_p = 0,76 - 0,2625 = 0,4975 \text{ m}$$

Conforme Carvalho (2012), se o momento isostático de protensão for maior que o de peso próprio, deve-se considerar a atuação de ambos. Nesse caso, sendo o momento isostático:

$$M_{i,p} = 16 * 1240 * 0,4975 = 9870,4 \text{ kN.m}$$

$$M_{i,p} = 9870,4 \text{ kN.m} > M_{g1} = 8090 \text{ kN.m}$$

Finalmente a perda média:

$$\Delta\sigma_{pe} = \frac{1}{2} \frac{n-1}{n} \alpha_p \left( \frac{N_p}{A} + \frac{N_p * e^2 - M * e}{I} \right) =$$

$$\Delta\sigma_{pe} = \frac{1}{2} \frac{16-1}{16} * 7 \left( \frac{16 * 1240}{4,845} + \frac{16 * 1240 * 0,4975^2 - 8090 * 0,4975}{1,15} \right) =$$

$$\Delta\sigma_{pe} = 15960 \text{ kN/m}^2 = 15,96 \text{ MPa}$$

#### **2.6.4 PERDA POR RELAXAÇÃO INICIAL DA ARMADURA**

As equações utilizadas para o cálculo da perda por relaxação inicial da armadura na pós tração são as mesmas da perda por relaxação inicial da armadura na pré-tração.

#### **2.6.5 PERDA POR RETRAÇÃO E FLUÊNCIA INICIAL DO CONCRETO**

“Não havendo necessidade de se considerar um cálculo mais refinado, essas perdas iniciais podem ser estimadas, ou desprezadas quando forem pequenas.” (BASTOS, 2015, p. 47).

### **2.6.6 PERDA POR RELAXAÇÃO POSTERIOR DA ARMADURA**

As equações utilizadas para o cálculo da perda por relaxação posterior da armadura na pós-tração são as mesmas da perda por relaxação inicial da armadura na pré-tração.

### **2.6.7 PERDA POR RETRAÇÃO E FLUÊNCIA POSTERIOR DO CONCRETO**

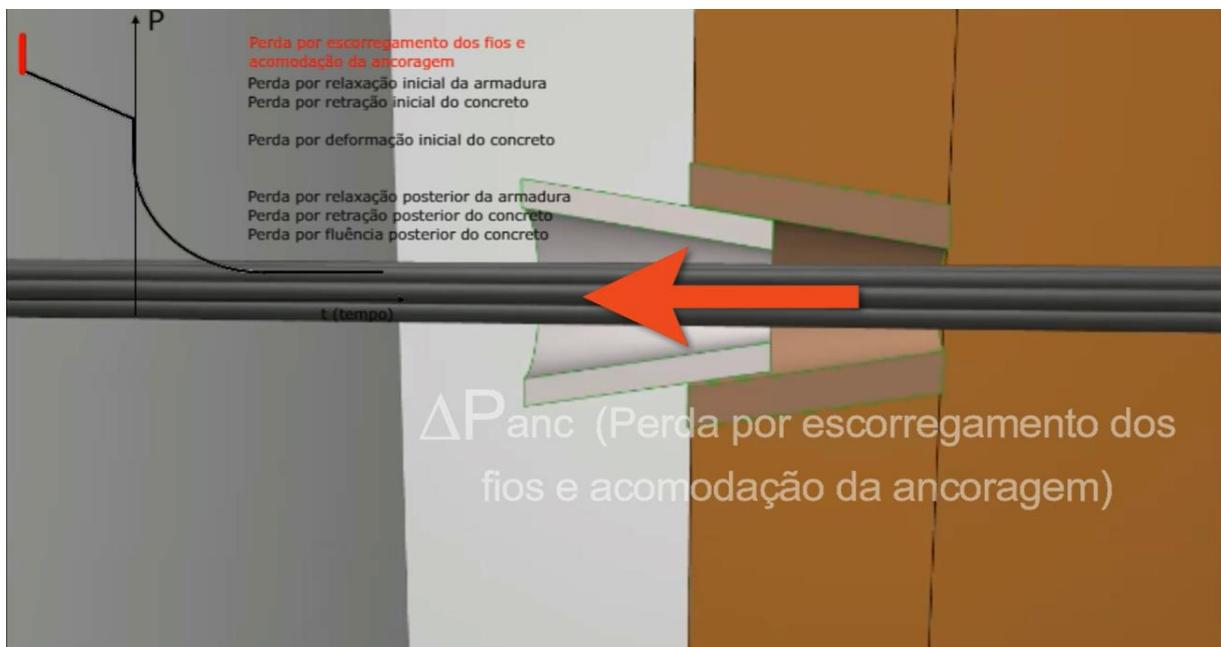
As equações utilizadas para o cálculo da perda por retração e fluência posterior da armadura na pós-tração são as mesmas da perda por retração e fluência posterior na pré-tração.

### 3 RESULTADOS

Os vídeos (pré e pós-tração) foram publicados no *YouTube* (com *link* pela página do grupo de pesquisa ao qual este trabalho está vinculado - <http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>).

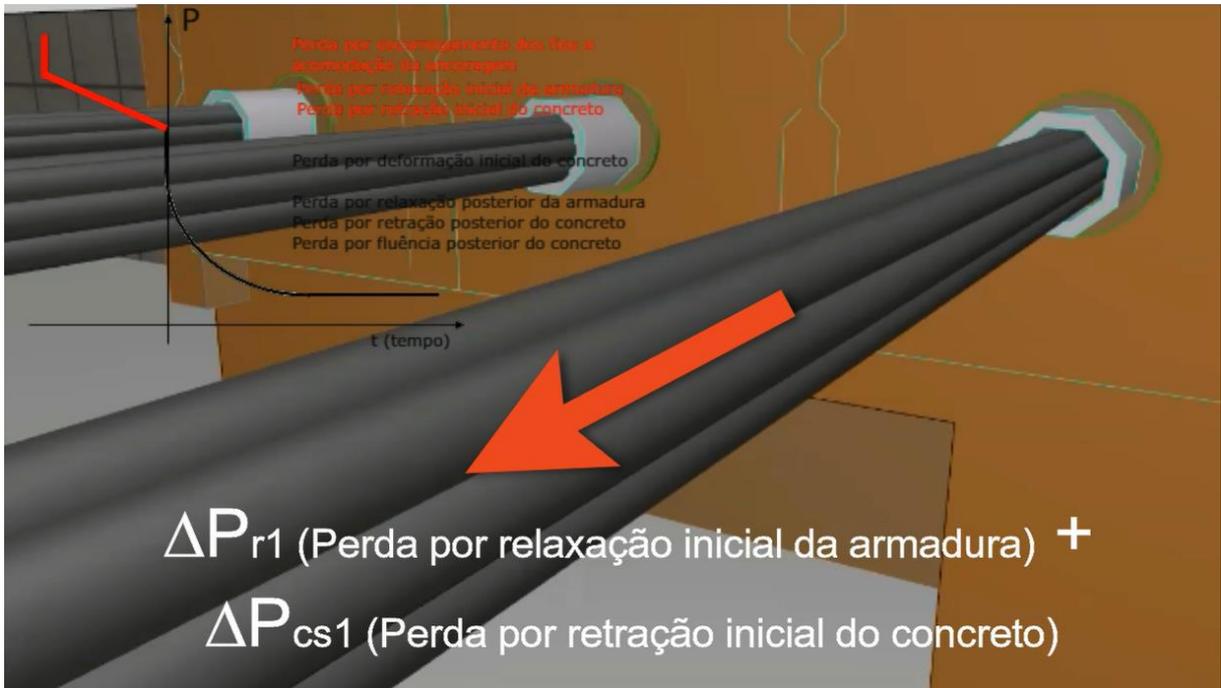
Serão apresentadas a seguir algumas imagens dos vídeos em que são demonstradas as perdas de protensão na pré e na pós-tração.

Figura 33 – Perda por escorregamento dos fios e acomodação da ancoragem na pré-tração.



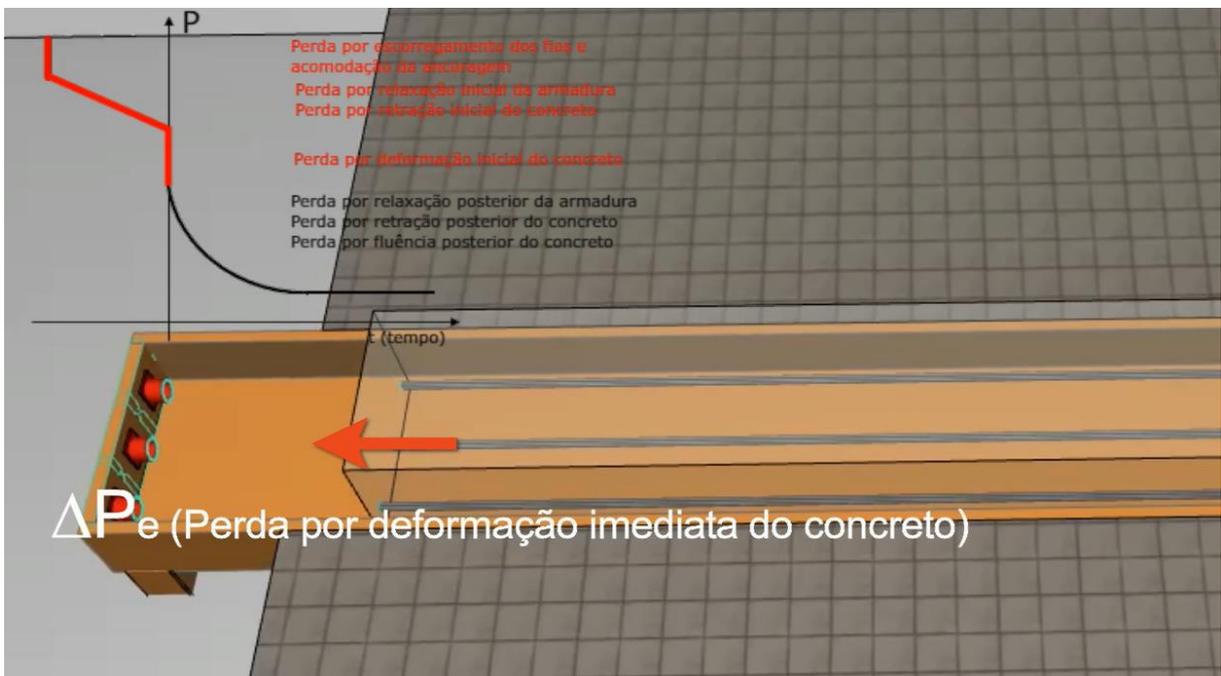
Fonte: Própria autora

Figura 34 – Perdas por relaxação inicial da armadura e por retração inicial do concreto.



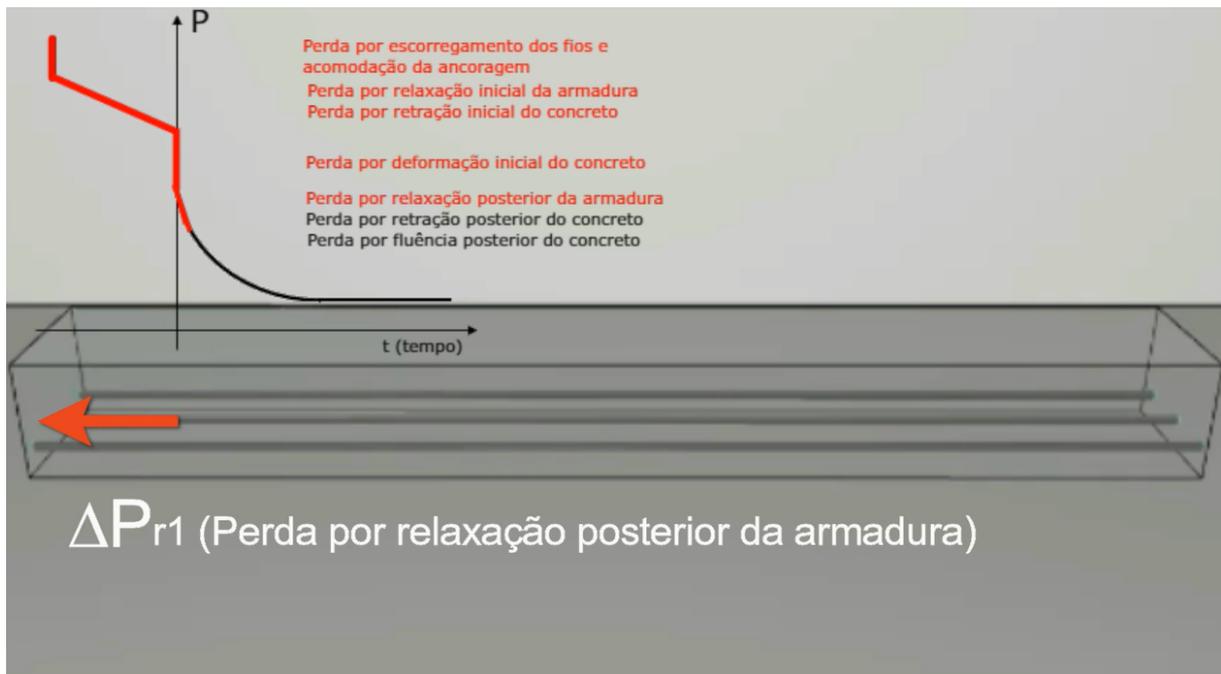
Fonte: Própria autora

Figura 35 – Perda por deformação imediata do concreto na pré-tração.



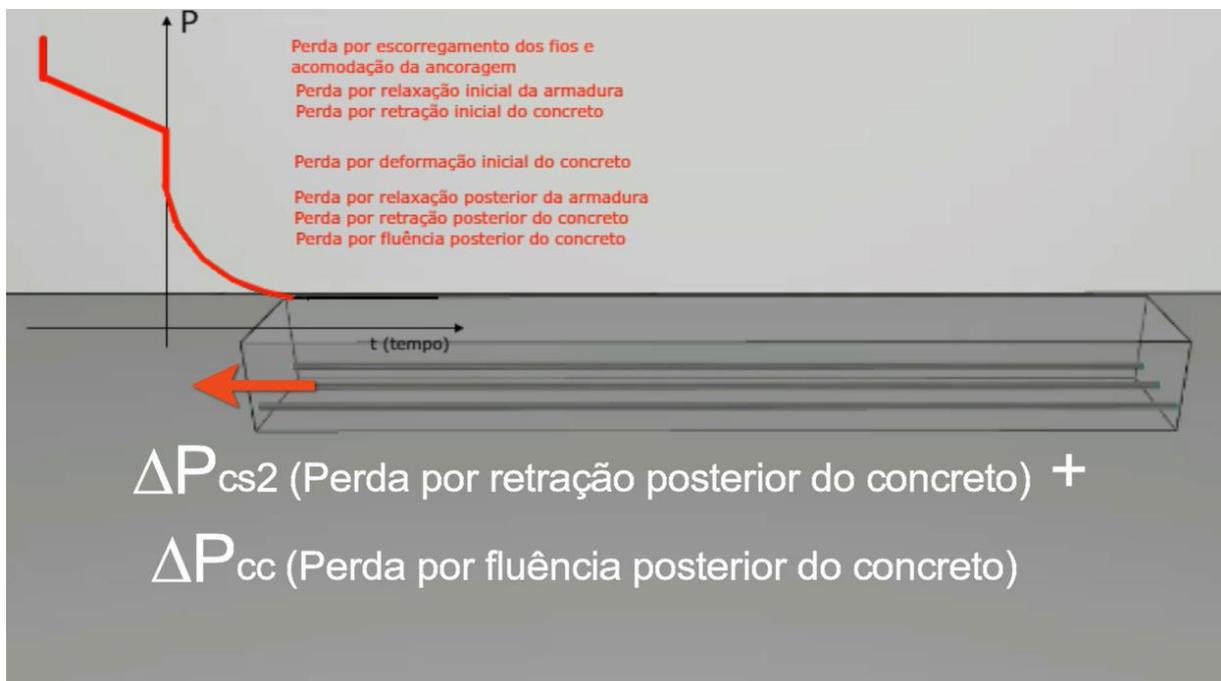
Fonte: Própria autora

Figura 36 – Perda por relaxação posterior da armadura na pré-tração.



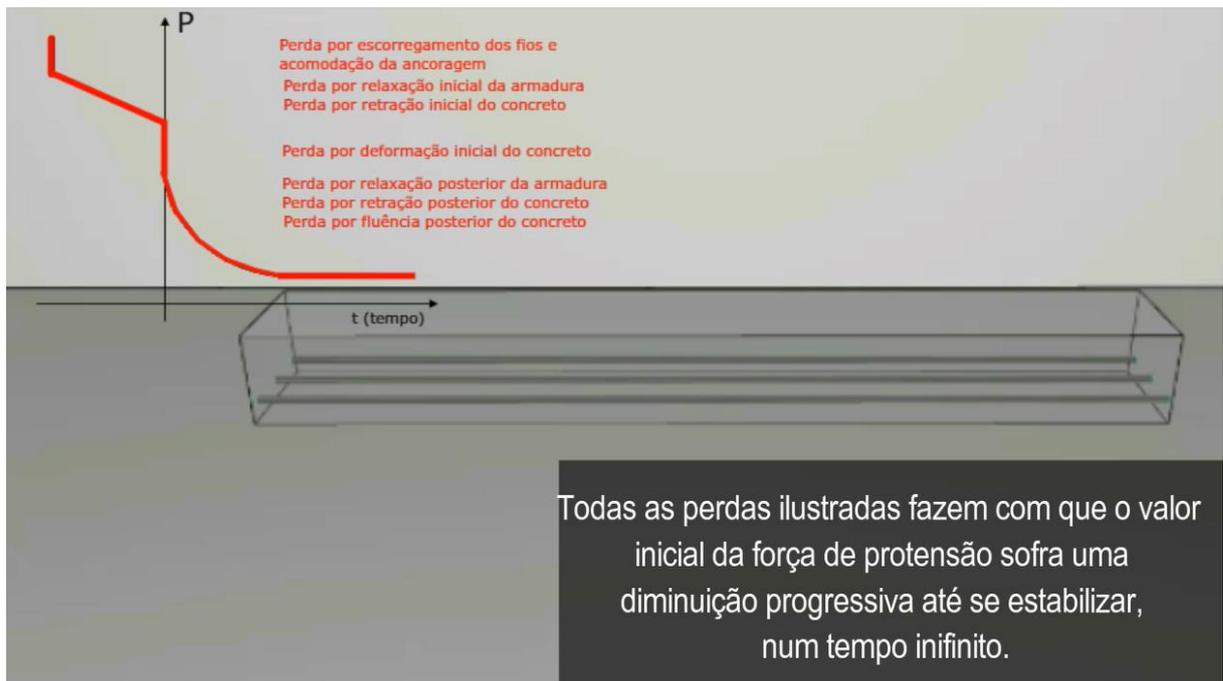
Fonte: Própria autora

Figura 37 – Perda por retração e fluência posterior do concreto na pré-tração.



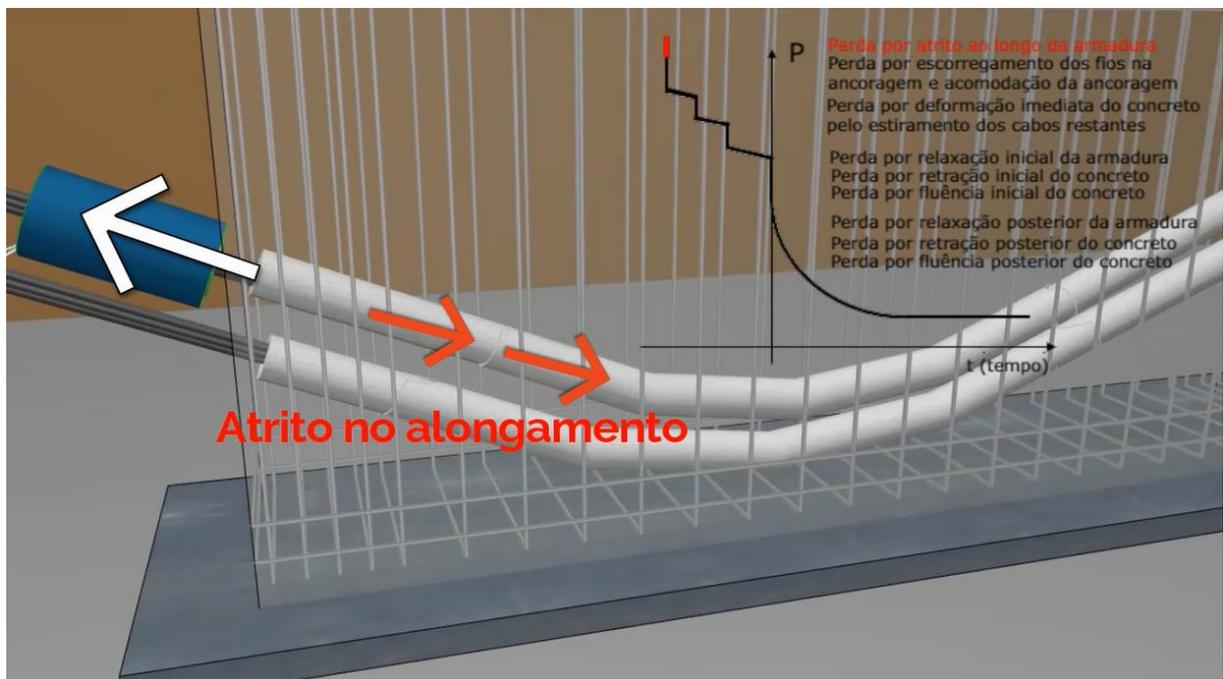
Fonte: Própria autora

Figura 38 – Estabilização da força de protensão num tempo infinito na pré-tração.



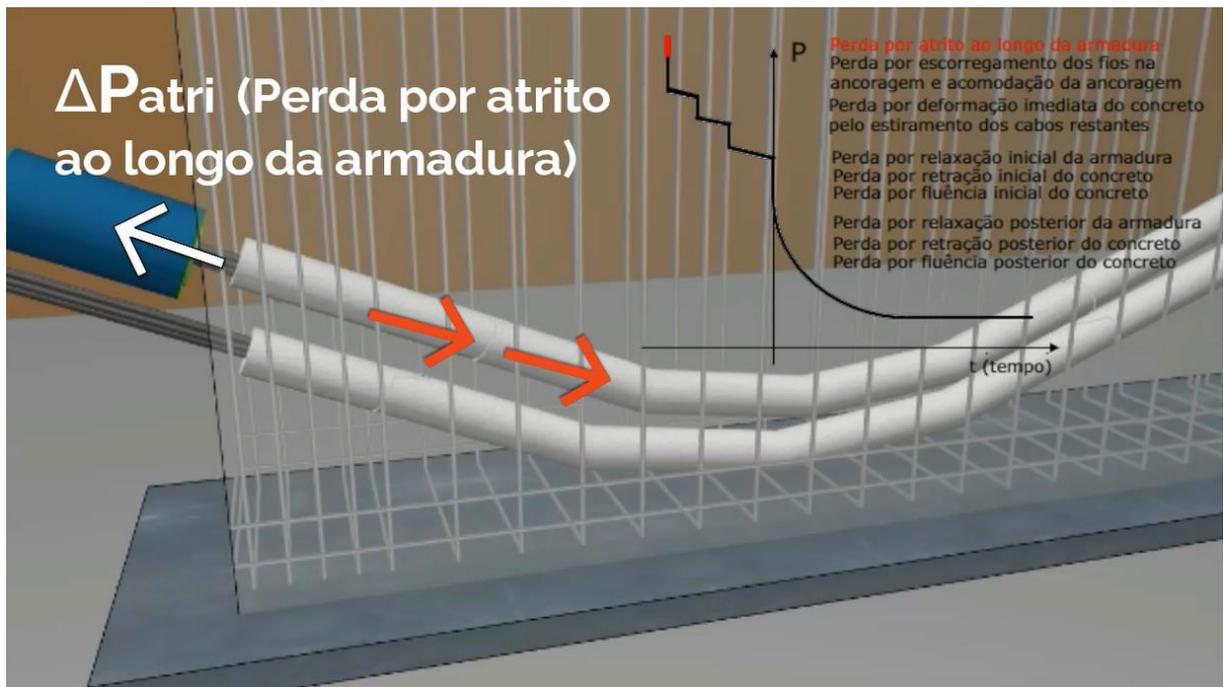
Fonte: Própria autora

Figura 39 – Atrito durante a protensão da armadura na pós-tração.



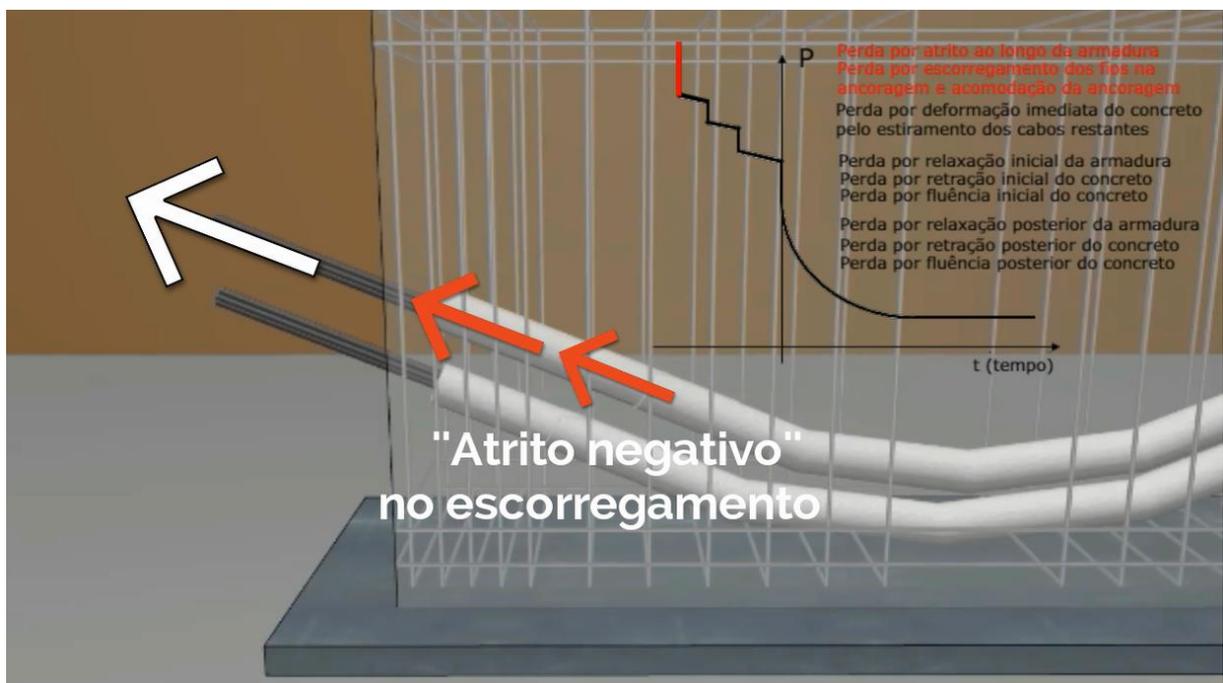
Fonte: Própria autora

Figura 40 – Perda por atrito ao longo da armadura na pós-tração.



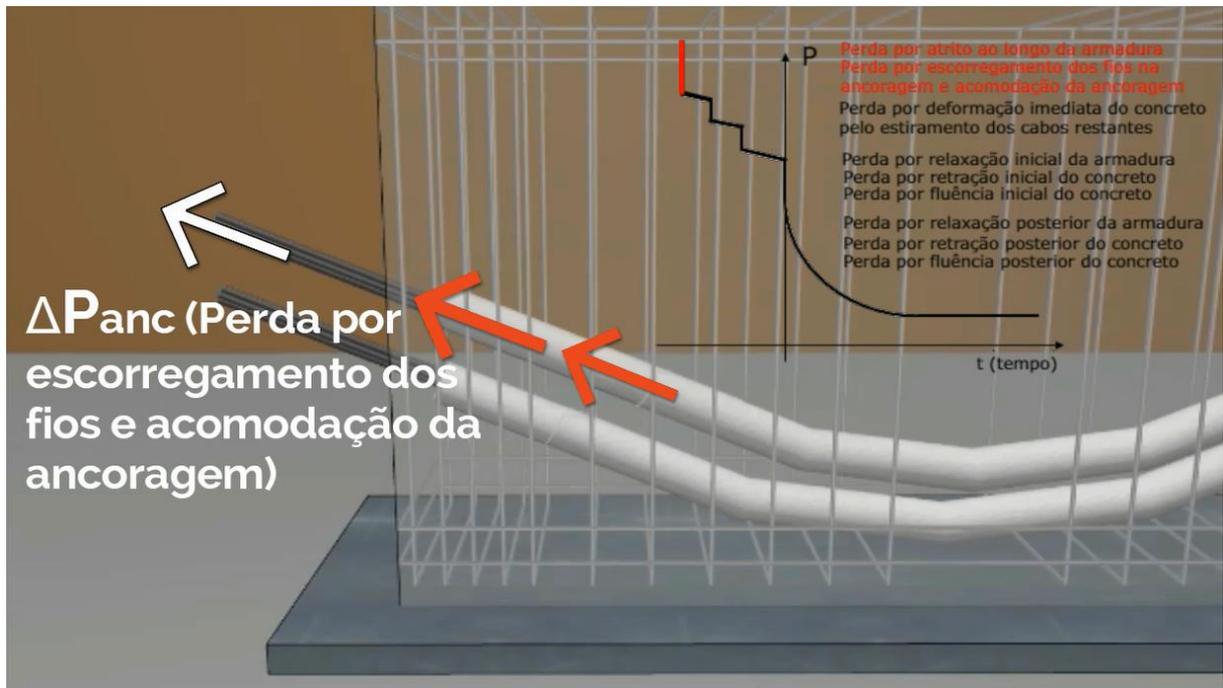
Fonte: Própria autora

Figura 41 – Atrito negativo no escorregamento da armadura na pós-tração.



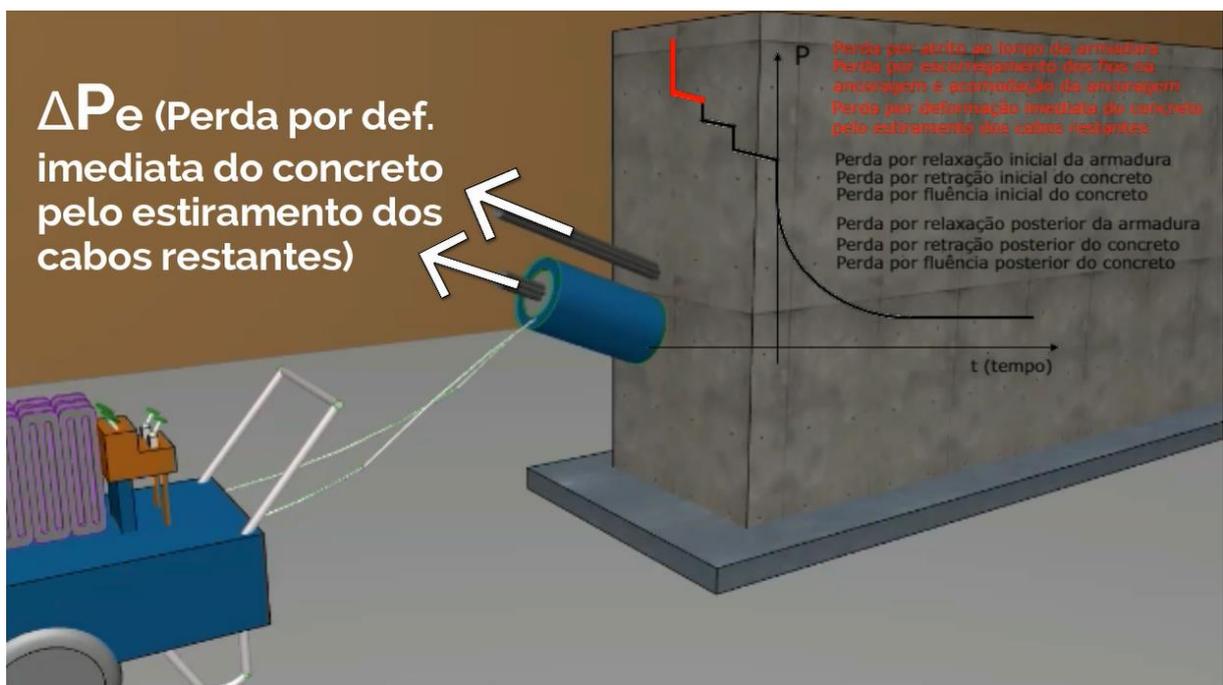
Fonte: Própria autora

Figura 42 – Perda por escorregamento dos fios e acomodação da ancoragem na pós-tração.



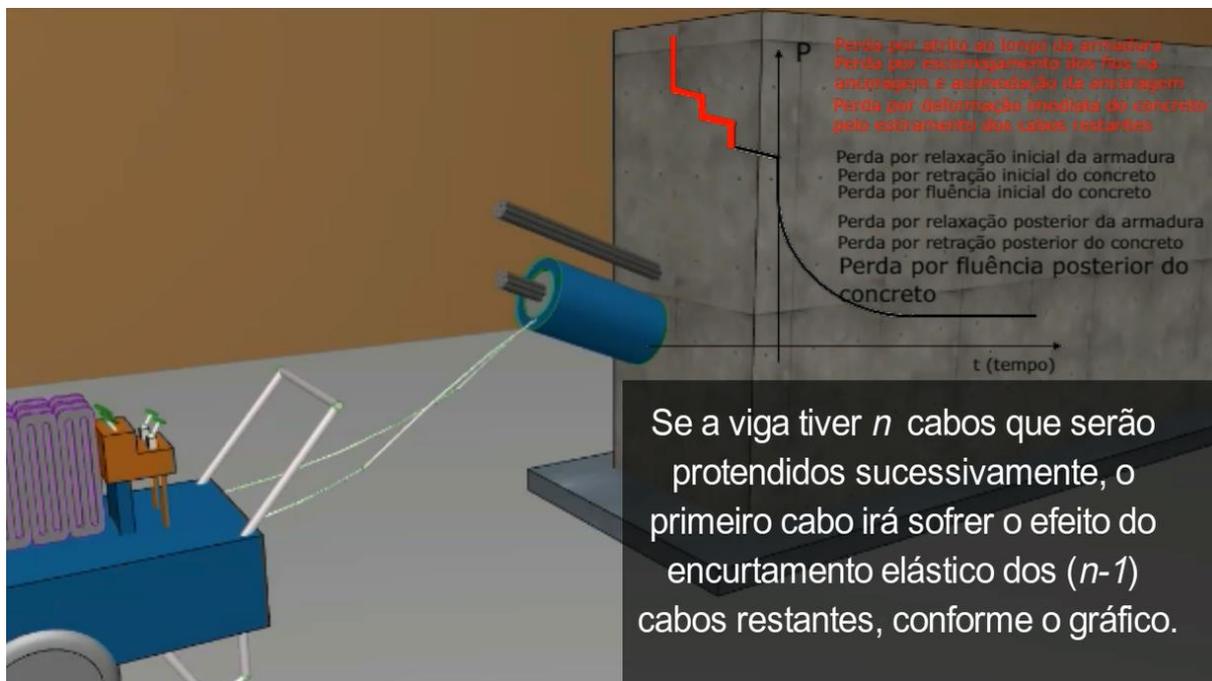
Fonte: Própria autora

Figura 43 – Perda por deformação imediata do concreto pelo estiramento dos cabos restantes na pós-tração.



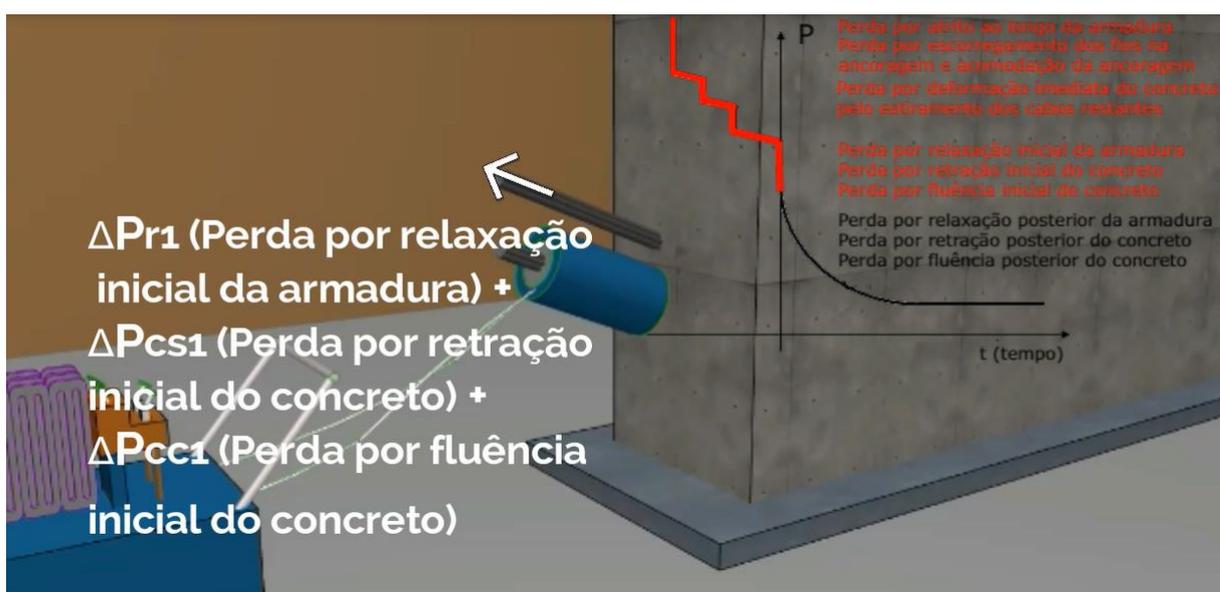
Fonte: Própria autora

Figura 44 – Efeito do encurtamento elástico dos  $n-1$  cabos restantes na pós-tração.



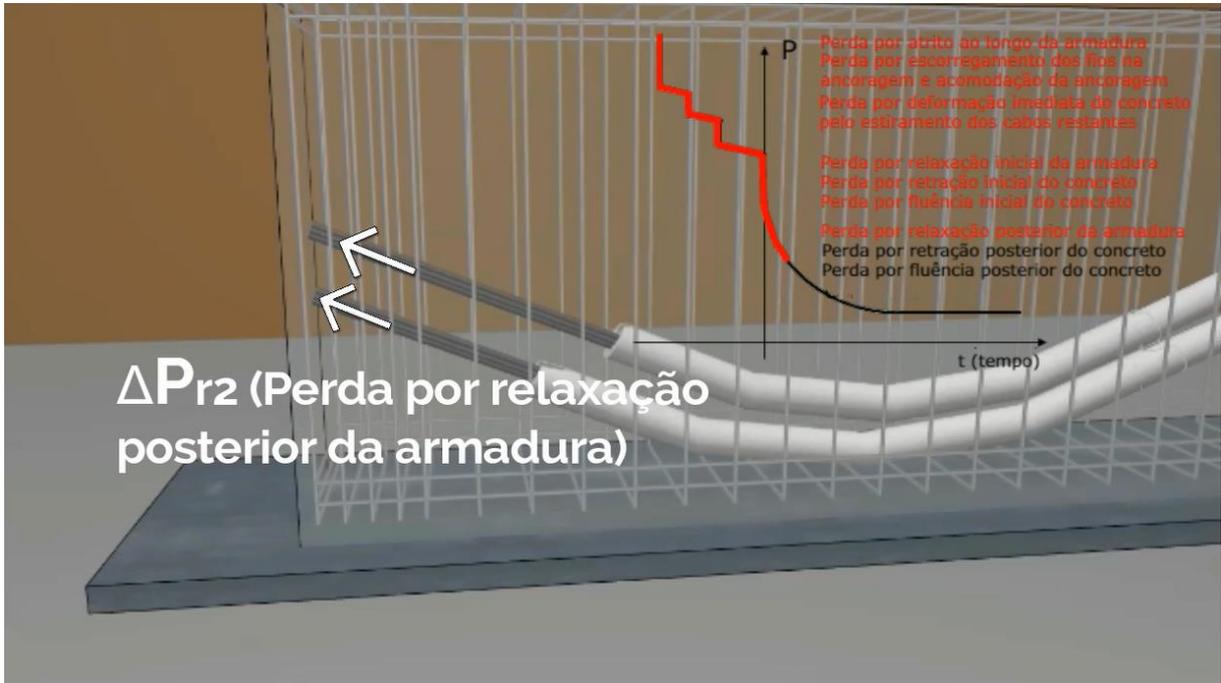
Fonte: Própria autora

Figura 45 – Perda por relaxação inicial da armadura e retração e fluência inicial do concreto na pós-tração.



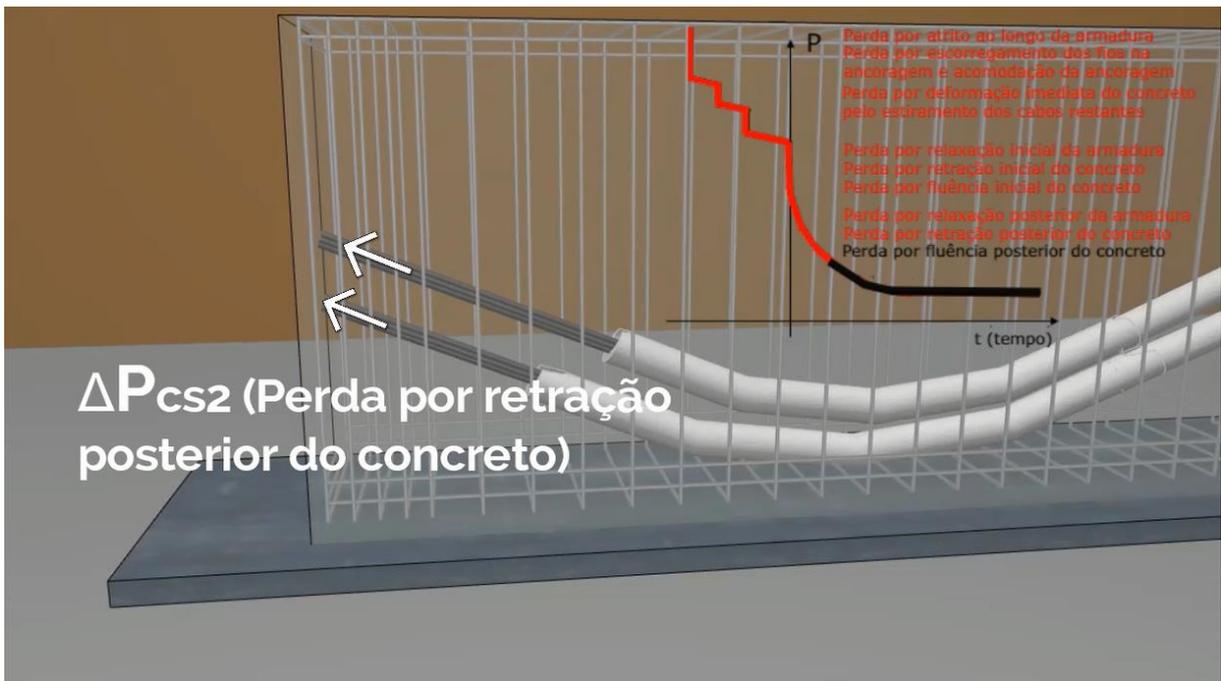
Fonte: Própria autora

Figura 46 – Perda por relaxação posterior da armadura na pós-tração.



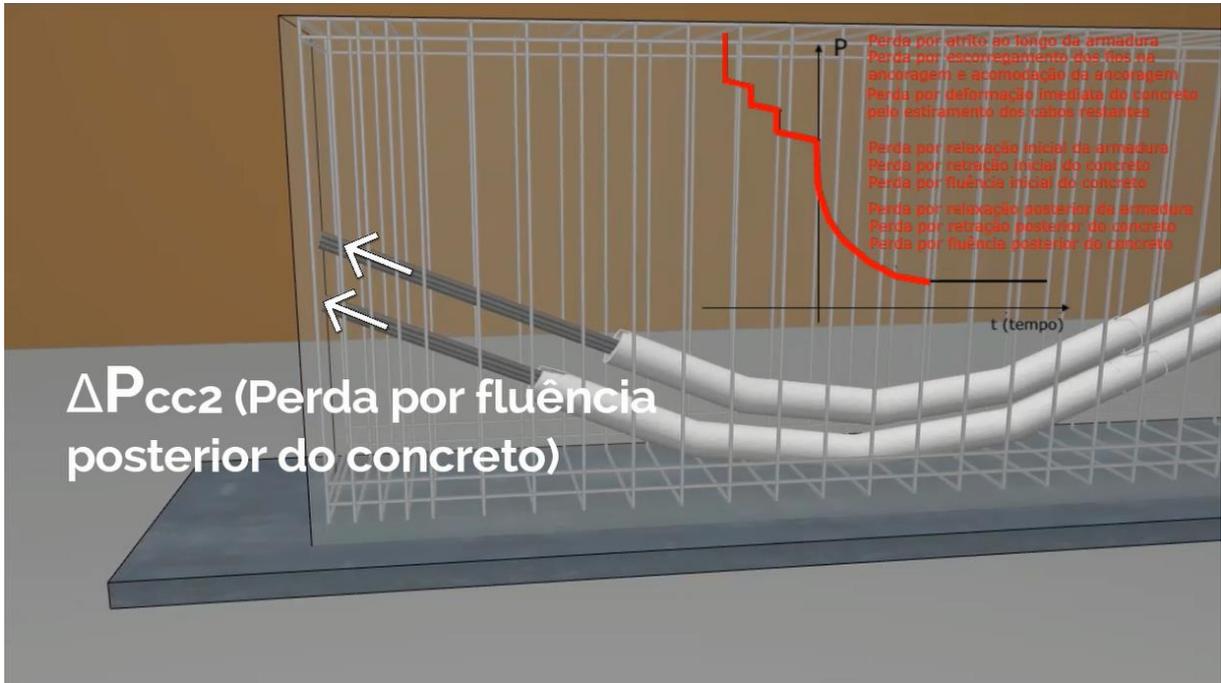
Fonte: Própria autora

Figura 47 – Perda por retração posterior no concreto na pós-tração.



Fonte: Própria autora

Figura 48 – Perda por fluência posterior do concreto na pós-tração.



Fonte: Própria autora

Figura 49 – Estabilização da força de protensão num tempo infinito na pós-tração.



Fonte: Própria autora

## **4 CONCLUSÃO**

Nota-se, de acordo com os resultados, que os vídeos foram produzidos com qualidade coerente com a proposta do trabalho.

Os vídeos publicados irão auxiliar discentes e profissionais da área no entendimento do comportamento físico das perdas de protensão. Para docentes da disciplina de Concreto Protendido, os vídeos poderão ser usados nas aulas. Isto é importante para que se faça uma correlação entre o modelo matemático de cálculo das perdas de protensão e a realidade, algo primordial para o Engenheiro Civil.

## 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Concreto Protendido**: notas de aula. Bauru: UNESP, 2015. Disponível em: <http://www.feb.unesp.br/pbastos/Protendido/Ap.%20Protendido.pdf>. Acesso em: 08 de set. 2018.

BORGES NETO, Osvaldo Sousa. **Cálculo automatizado das perdas de protensão utilizando a programação em Auto LISP**. 2010. 65 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal do Pará, Tucuruí, 2010. Disponível em: [http://bdm.ufpa.br/jspui/bitstream/prefix/412/1/TCC\\_CalculoAutomatizadoPerdas.pdf](http://bdm.ufpa.br/jspui/bitstream/prefix/412/1/TCC_CalculoAutomatizadoPerdas.pdf). Acesso em: 6 de mar. 2019.

CARVALHO, Roberto Chust. **Estruturas em concreto protendido**. São Paulo: Pini, 2012.

CUBAS, Maria Vanessa La Torre. **Análise Numérica do Comportamento de Pavimentos Constituídos de Lajes Lisas de Concreto Protendido**. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: [https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/20465/20465\\_3.PDF](https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/20465/20465_3.PDF). Acesso em: 06 de mar. 2019.

DURANTI, Guilherme. **Sistema de protensão não aderente (pós-tensionado)**. 2014. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/eso/content/?p=1701>. Acesso em: 05 de jun. 2019.

HANAI, João Bento de. **Fundamentos do concreto protendido**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, 2005. Disponível em: [http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/protendido/arquivos/cp\\_ebook\\_2005.pdf](http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/protendido/arquivos/cp_ebook_2005.pdf). Acesso em: 08 de set. 2018.

INFORSATO, T.B. **Considerações sobre o projeto, cálculo e detalhamento de vigas pré-fabricadas protendidas com aderência inicial em pavimentos de edificações**. 2009. 234 p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4641/2580.pdf?sequence=1>. Acesso em: 09 de nov. 2018.

LAZZARI, Paula Manica. **Implementação de rotinas computacionais para o projeto automático de peças em concreto com concreto aderente e não aderente**. 2011. 173 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <https://pdfs.semanticscholar.org/7e91/55ddee188067b3889f640400fd8b6a34535d.pdf>

f?\_ga=2.264475023.1831603455.1571142484-1410202378.1571142484. Acesso em: 05 de jun. 2019.

MACHADO, Marcelo Augusto da Silva. **Aplicação do método dos elementos finitos para a análise elasto-viscoplástica de peças de concreto armado e protendido, submetidas a estados planos de tensão**. 2002. 150 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Estrutural) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002. Disponível em: [http://www.lem.ep.usp.br/membros/marcelo/Dissertacao\\_MarceloMachado.pdf](http://www.lem.ep.usp.br/membros/marcelo/Dissertacao_MarceloMachado.pdf). Acesso em: 08 de set. 2018.

MENEGATTI, Marcelo. **A protensão como um conjunto de cargas concentradas equivalentes**. 2004. 126 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Estrutural) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3144/tde-12052005-222648/publico/MarceloMenegatti.pdf>. Acesso em: 16 de fev. 2019.

NACHT, Pedro Kaj Kjellerup. **Ferramenta gráfico-interativa de verificação de tensões no estado limite de serviço de vigas protendidas com pós-tração aderente**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Paginação irregular. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/acessoConteudo.php?nrseqoco=89339>. Acesso em: 24 de jan. 2019.

PFEIL, Walter. **Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos, 1980.

VERÍSSIMO, Gustavo de Souza; CÉSAR JUNIOR, Kléos M. Lenz. **Concreto Protendido: Fundamentos Básicos**. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1998. Disponível em: <http://www.feb.unesp.br/lutt/Concreto%20Protendido/CP-vol1.pdf>. Acesso em: 08 de set. 2018.